

# **OTIMIZANDO UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS: UM ESTUDO COM ATIVOS DO IBOVESPA NO PERÍODO DE 2009 A 2011**

## ***OPTIMIZING A PORTFOLIO INVESTMENT: A STUDY OF ASSETS IBOVESPA THE PERIOD 2009 TO 2011***

### **Marco Roberto Gois de Oliveira**

Graduado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Pernambuco, mestre em Administração pela Universidade Federal de Pernambuco e doutor em Economia pela Universidade Federal de Pernambuco (2005). mrgois@hotmail.com

### **Karina da Silva Carvalho**

Mestranda em Administração pelo PROPAD/UFPE e Graduada em Administração pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Caruaru.  
karina.carvalhoadm@gmail.com

### **Carolina Magda da Silva Roma**

Mestranda em Administração pelo PROPAD/UFPE e Graduada em Administração pela Faculdade Metropolitana de Manaus.  
carolina.magda.adm@gmail.com

### **Francisco Vicente Sales Melo**

Doutorando em Administração pelo PROPAD/UFPE, Mestre em Administração pelo PROPAD/UFPE e em Administração e Controladoria pelo PPAC/UFC, é Especialista em Pesquisa Científica pela Universidade Estadual do Ceará, Bacharel em Administração de Empresas pela Universidade de Fortaleza. Atualmente é professor e pesquisador da Faculdade Ateneu (FATE).  
vicsmelo@gmail.com

## **RESUMO**

Markowitz (1952) inseriu no âmbito financeiro as bases para criação de carteiras diversificadas no intuito de maximizar o retorno para um dado nível de risco e minimizar o risco para um determinado nível de retorno. Com base nesta teoria, o objetivo deste artigo foi otimizar a relação retorno/risco de uma carteira formada por ativos que participaram do Índice Bovespa nas suas oito últimas alterações no período de 2009 a 2011. Para tanto, fez-se um levantamento das empresas que estiveram presentes em todas as carteiras neste intervalo por meio do website oficial da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, chegando-se a um total de 49 companhias. Os resultados indicam que a carteira com melhor relação retorno/risco foi formada a partir de empresas que não possuem grande participação na composição do Índice Bovespa de maio a agosto de 2011. Além disso, verificou-se que das 49 companhias que poderiam ser escolhidas para compor o portfólio eficiente, apenas 11 foram selecionadas. Comparando-se o resultado da otimização com os retornos de outros índices, conclui-se que continua sendo mais vantajoso investir na carteira otimizada.

Palavras-Chave: Risco; Otimização; IBOVESPA.

## **ABSTRACT**

*Markowitz (1952) inserted in the financial area the foundations for the creation of diversified portfolios in order to maximize the return for a given level of risk and minimize the risk for a given level of return. Based on this theory, the aim of this study was to optimize the relative risk / return of a portfolio comprised of assets that participated in the Bovespa index in its last eight alterations in the period between 2009 to 2011. To this end, a survey of companies that were present in all portfolios in this interval of time was carried out on the official website of the Stock Exchange, Commodities and Futures, reaching a total of 49 companies. The results indicate that the portfolio with best risk / return was formed by companies that did not have much participation in the composition of the Bovespa Index from May to August, 2011. It was also found that from the 49 companies that could be chosen to compose the efficient portfolio, only 11 were selected. Comparing the result of optimization*

*with the returns of other indexes, it is concluded that it is still more advantageous to invest in a optimized portfolio.*

*Key words:* Risk; Optimization; IBOVESPA.

## 1. INTRODUÇÃO

As decisões financeiras são tomadas em um ambiente de grande incerteza. Com isso duas variáveis importantes devem ser analisadas: o risco e o retorno dos investimentos (ASSAF-NETO, 2010). Markowitz (1952) contribuiu para o entendimento da relação risco/retorno a partir da publicação do seu artigo intitulado *Portfolio Selection* no *The Journal of Finance* na década de 1950. A teoria do portfólio defendida pelo autor admite que o risco de um ativo individual é diferente de seu risco quando incluído em uma carteira. A partir desta teoria, houve formulações nos pressupostos da definição de fronteira eficiente. Nesta questão, Markowitz (1952) mostrou que cada ponto nesta fronteira representa uma carteira eficiente e suas proposições ajudam na tomada de decisão.

Ross, Westerfield e Jaffe (2008, p. 210) corroboram com as proposições de Markowitz (1952) ao considerarem que “o retorno esperado de uma carteira é simplesmente uma média ponderada dos retornos esperados dos títulos que a compõem”. Os autores afirmam que a avaliação de carteiras de investimento constitui-se do processo de análise de títulos individuais, das carteiras e suas seleções. Vale destacar, a importância da utilização de *proxies* da carteira de mercado, no intuito dos investidores terem um *benchmark* para avaliarem suas decisões financeiras.

A formulação da real carteira de mercado consiste em uma tarefa complexa. Assim, os analistas financeiros, responsáveis pelas bolsas de valores dos países, tentam compor uma carteira que represente bem o mercado e que esteja situada na fronteira eficiente. Pode-se dizer que quanto mais desenvolvida for à economia de um país melhor será a representatividade da *proxy* da carteira de mercado.

Desta forma, com base no que foi exposto até o presente, o objetivo deste artigo foi otimizar a relação retorno/risco de uma carteira formada por ativos que participaram do Índice Bovespa nas oito últimas alterações no período de 2009 a 2011. Os resultados foram comparados com índices da Bovespa para verificar a eficiência da carteira perante estes indicadores. Os índices são: Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa), Índice das 50 empresas mais negociadas na Bovespa (IBRX50), Índice de Ações com Governança

Corporativa Diferenciada (IGC), Índice Imobiliário (IMOB) e Índice Setorial de Telecomunicações (ITEL).

O trabalho é iniciado com o levantamento dos principais aspectos teóricos sobre carteiras e índices financeiros, seguido da descrição de algumas evidências empíricas sobre a teoria do portfólio. Em seguida, apresentam-se os procedimentos metodológicos e, na seqüência, descrevem-se as análises, resultados e conclusões.

## 2. TEORIA DAS CARTEIRAS

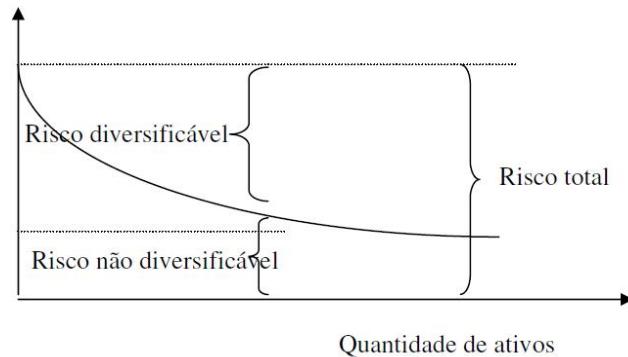
Megginson (1997) avalia que o maior avanço na teoria financeira ocorreu quando Markowitz (1952) apresentou os princípios básicos da teoria do portfólio. Silva, Carmona e Lagioia (2011) consideram também que as proposições deste autor trouxeram grandes contribuições para as finanças visto que além de definir risco de maneira mais eficiente, apresentou relações entre este conceito e retorno, sendo possível, a partir desses *insights*, construir a fronteira eficiente (BARCELOS; PACHECO; HAMACHER, 2009).

A literatura mostra que a inovação de Markowitz (1952) foi relacionar o retorno e o risco de cada carteira de títulos, considerando um infinito número de combinações possíveis que poderiam compor uma carteira e, a partir disso, traçar a curva do conjunto de suas eficientes combinações (BAIMA, 1998 apud COSTA *et al.* 2011). A partir disto diversos estudos apontaram que se um investidor deseja auferir o melhor retorno possível para seu investimento deve levar em consideração esses conceitos e aplicá-los quando na escolha da alocação de seus investimentos.

Bernstein (1992, p. 01), com base na teoria do portfólio, considera que a ideia revolucionária que define a fronteira entre os tempos modernos e o passado é o domínio do risco. Mais recentemente, Assaf-Neto (2010, p. 232) apresenta contribuições ao afirmar que “um aspecto relevante da teoria do portfólio é que o risco de um ativo mantido fora de uma carteira é diferente de seu risco quando incluído na carteira”. Desta forma, o risco de uma carteira não é a simples somatória do risco de cada ativo individualmente, mas depende também de como estes ativos covariam.

Uma vez que o assunto abordado trata do tema risco, convém destacar que o risco é a possibilidade que há em um investimento de não se obter o retorno esperado. Também faz-se relevante salientar que o risco está dividido em duas partes, o risco sistemático (também denominado de não diversificável) e o risco não sistemático (ou diversificável). O primeiro refere-se à parcela de risco que não consegue ser minimizada mesmo com o efeito da

diversificação e sob o qual todas as empresas estão sujeitas. O segundo está ligado àquela parcela inerente à própria empresa e que se consegue eliminar ao investir em ativos diversificados. Abaixo, na Figura 1, tem-se a visualização gráfica do risco total, que é a somatória do risco diversificável e o não diversificável. Pode-se igualmente perceber de uma maneira clara que com a incorporação de ativos na carteira, o risco diversificável vai sendo eliminado.



Fonte: SILVA (2008).

**FIGURA 1:** Risco sistemático e não sistemático.

Para Markowitz (1952) a carteira eficiente é aquela que apresenta o maior retorno esperado para determinado nível de risco ou o menor nível de risco para determinado retorno desejado. O modelo básico de Markowitz (1952) é apresentado da seguinte forma:

$$R = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \quad (1)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0$$

Onde:

$R$  é o retorno esperado da carteira;

$V$  é a variância da carteira;

$X_i$  é a participação de cada ativo;

$\mu_i$  é o retorno esperado de cada ativo.

$\sigma_{ij}$  é a covariância entre o par de ativos se  $i$  diferente de  $j$  e variância se  $i$  igual a  $j$ .

### 3. ÍNDICE DA BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO – IBOVESPA

O IBOVESPA é o indicador médio das cotações de mercado das ações da Bolsa de Valores de São Paulo. Este índice foi criado em 1968 e desde então possui representatividade para demonstrar o desempenho dos principais papéis negociados na Bovespa (BOVESPA, 2011). A notoriedade do índice pode ser analisada em termos de liquidez e de capitalização bursátil, já que para integrar a carteira teórica é necessário que os papéis representem 80% das negociações e do volume financeiro e de 70% dos negócios de todas as ações comercializadas na bolsa de valores.

Ressalta-se que a cada quadrimestre, nos períodos de janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro, a carteira teórica do Ibovespa é reavaliada e uma ação poderá deixar de participar da composição se não atender aos critérios adotados pela metodologia de cálculo da Bovespa.

O cálculo do Ibovespa pode ser visto pela Equação 3, a seguir:

$$Ibovespa_t = \sum_{i=1}^n P_{i,t} * Q_{i,t} \quad (3)$$

Onde:

$Ibovespa_t$  é o Índice Bovespa no instante  $t$ ;

$n$  é o número total de ações componentes da carteira teórica;

$P$  é o último preço da ação " $i$ " no instante  $t$

$Q$  é a quantidade teórica da ação " $i$ " na carteira no instante  $t$ .

Vale ressaltar que Malacrida e Yamamoto (2006) afirmam que uma das principais críticas ao IBOVESPA é sua grande concentração em poucas ações, sendo esta uma característica do seu procedimento de cálculo.

### 4. EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

Lopez, Carneiro e Scheneider (2010) verificaram se os retornos gerados, a partir de carteiras escolhidas pelo *Data Envelopment Analysis* – DEA, aplicando-se a técnica de otimização de carteiras de Markowitz (1952), seriam superiores aos formadas somente a partir

do DEA. Os autores utilizaram o modelo DEA *Assurance Region* tendo inicialmente 732 empresas participantes que se encontravam listadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), sendo que apenas aquelas que continham todas as informações necessárias disponíveis e que participaram do IBOVESPA no período de janeiro de 2006 a dezembro de 2008 permaneceram na amostra. Os resultados mostram que as carteiras otimizadas geram maiores retornos, ou seja, a aplicação do modelo de Markowitz (1952) recompensa os investidores com melhores resultados a partir da otimização aumentando sua eficiência e, como comentam os autores, minimiza perdas em momentos de crises.

Braga (2009) construiu três portfólios otimizados, em que são montadas carteiras com retorno de 2%, 3% e 4% e se busca obter o menor risco. O objetivo foi tornar o resultado o melhor possível para o investidor, sendo essas investigações baseadas nos dados de 1999 a 2006 e o desempenho verificado entre 2007 a 2008. Os dados até 2006 foram usados para gerar a carteira otimizada para o mês de janeiro de 2007, e a partir de então a cada mês os dados eram atualizados e se gerava uma nova carteira ótima, sendo assim até dezembro de 2008. O autor encontrou, contudo, que utilizando a otimização proposta por Markowitz (1952), que é baseada em dados históricos, não é garantido o retorno do investimento no futuro.

Silva (2008) mostrou um modelo de otimização de carteiras de investimentos e a perda máxima destas carteiras medida pelo ValueAtrisk – VAR. O autor utilizou uma função lagrangeana para definir a participação de cada ativo na carteira, sendo estabelecida uma carteira com dois e outra com três ativos e posteriormente calculada a carteira ótima para ambas. Os dados usados para a obtenção dos resultados compreendem as cotações das ações referentes às empresas Petrobrás (PETR4), Banco do Brasil (BBSA3) e Vale do Rio Doce (VALE5), para o período de abril de 2002 a março de 2008. A partir dessa construção, identificou-se qual seria a perda máxima do investidor para tais carteiras otimizadas.

Lopes et al. (2008) fizeram um trabalho com o objetivo de averiguar se uma carteira formada pelo *Data Envelopment Analysis* – DEA e posteriormente otimizada pelo modelo de Markowitz auferia retornos maiores do que se fosse apenas pelo DEA. Os resultados do estudo comprovam a eficiência da proposição de Markowitz, visto que foram formadas carteiras de investimentos mais eficientes, quando comparadas ao IBOVESPA, com esta metodologia.

Gonçalves Junior e Gonçalves (2006) realizaram uma pesquisa testando o modelo de otimização de carteiras pelo índice beta. Na metodologia, usaram a programação linear, a

ferramenta *Solver* do Excel e o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) para encontrar a carteira ótima. A aplicação foi realizada com dados do ano de 2002, acompanhando-se os resultados até o ano de 2005. Além disso, compararam os resultados com carteiras selecionadas por uma amostra de 20 indivíduos entre docentes e discentes no nível de Pós-Graduação da Universidade Federal de Itajubá e com o desempenho do IBOVESPA. Os autores concluíram que a carteira otimizada superou a escolhida pelos entrevistados e ainda mais a do IBOVESPA no período analisado.

Vera e Ulloa (2005) a partir do trabalho de Markowitz (1952) e com a linha de mercado de capitais (SML), aplicam um modelo de otimização de carteiras usando seis ativos, sendo estes: *Renta Fija Colombiana*, *Acciones Colombia*, *Renta Fija Estados Unidos*, *Renta Fija Europa*, *Acciones Europa* e *Acciones Estados Unidos*. O modelo permite também a obtenção de vários portfólios eficientes de maneira simples.

Bruni, Fuentes e Famá (1999) realizaram uma pesquisa de 1996 a 1997 para averiguar a contribuição dos mercados latinos na otimização da relação risco *versus* retornos de carteiras internacionais, para tanto os resultados foram interpretados a luz da teoria do portfólio. Viu-se que a partir da inclusão de ações de mercados emergentes (Brasil, México e Venezuela) na carteira formada apenas por papéis de empresas de países desenvolvidos (Estados Unidos e Europa) a relação retorno risco obteve a melhor fronteira eficiente.

Lintz e Renyi (1999) desenvolveram um estudo que comparava estimadores de volatilidade na administração de carteiras de investimentos, por meio do modelo de Markowitz (1952). Os portfólios eram administrados através de duas técnicas diferentes, tipo I (média móvel igualmente ponderada) e tipo II (média móvel ponderada exponencialmente), estas técnicas tinham como premissa minimizar a variância da carteira pela composição de ativos. Os achados mostraram que a técnica tipo II não alcançou um bom desempenho na gestão das carteiras, por meio da teoria do portfólio.

## 5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo caracteriza-se como exploratório-descritivo de natureza quantitativa. A análise desta pesquisa compreendeu o período de 01/01/2009 a 22/07/2011. Neste espaço de tempo a carteira do Ibovespa mudou oito vezes, já que as alterações ocorrem quadrimestralmente. As empresas selecionadas foram aquelas que estiveram presentes em todas as carteiras neste período, com base nas informações disponíveis no *website* oficial da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros, obtendo-se ao final um total de 49 companhias.

A carteira teórica do Ibovespa para o período de maio a agosto de 2011 serviu de referência para criar a intersecção e ordenar as empresas com base nas suas participações em ordem decrescente. Logo após, por meio do website [www.infomoney.com.br](http://www.infomoney.com.br), fez-se a coleta da variação diária dos retornos de cada uma das empresas que faziam parte do grupo de empresas. Estes dados foram colocados em uma planilha do Excel e se calculou o retorno médio e o desvio padrão do período. A Tabela 1 apresenta os dados extraídos e calculados:

**TABELA 1:** Dados de entrada da amostra.

Quantidade	Empresa	Código	Retorno Médio %	Desvio padrão %
01	VALE	VALE5	0,14	2,09
02	PETROBRAS	PETR4	0,03	1,84
03	BMFBOVESPA	BVMF3	0,13	2,56
04	BRASIL	BBAS3	0,15	2,06
05	GERDAU	GGBR4	0,03	2,48
06	BRADESCO	BBDC4	0,10	1,90
07	PETROBRAS	PETR3	0,02	1,98
08	USIMINAS	USIM5	0,02	2,46
09	VALE	VALE3	0,13	2,25
10	ITAUSA	ITSA4	0,10	2,01
11	SID NACIONAL	CSNA3	0,07	2,23
12	CYRELA REALT	CYRE3	0,14	3,21
13	GAFISA	GFSA3	0,12	3,12
14	REDECARD	RDCD3	0,05	2,42
15	LOJAS RENNER	LREN3	0,25	2,62
16	ROSSI RESID	RSID3	0,25	3,38
17	LOJAS AMERIC	LAME4	0,16	2,35
18	AMBEV	AMBV4	0,17	1,57
19	CEMIG	CMIG4	0,09	1,64
20	JBS	JBSS3	0,05	2,79
21	NATURA	NATU3	0,13	1,84
22	BRADESCPAR	BRAP4	0,16	2,36
23	TELEMAR	TNLP4	0,01	2,01
24	GERDAU MET	GOAU4	0,02	2,49
25	TIM PART S/A	TCSL4	0,19	2,24
26	CCR AS	CCRO3	0,14	1,99
27	COSAN	CSAN3	0,16	2,77
28	GOL	GOLL4	0,13	2,80
29	TAM S/A	TAMM4	0,15	2,92
30	ELETROBRAS	ELET3	0,04	1,89
31	COPEL	CPL6	0,10	1,60
32	BRASKEM	BRKM5	0,24	2,41
33	ELETROBRAS	ELET6	0,04	1,82
34	CESP	CESP6	0,15	2,08
35	B2W VAREJO	BTOW3	-0,02	2,62
36	EMBRAER	EMBR3	0,08	2,43
37	LIGHT S/A	LIGT3	0,11	1,58
38	USIMINAS	USIM3	0,13	2,84
39	KLABIN S/A	KLBN4	0,13	2,58
40	ULTRAPAR	UGPA4	0,14	1,54
41	SOUZA CRUZ	CRUZ3	0,17	1,74
42	CPFL ENERGIA	CPFE3	0,10	1,41
43	BRASIL TELEC	BRTO4	0,03	2,16
44	SABESP	SBS3	0,13	2,13
45	TELEMAR	TNLP3	-0,01	2,30

46	TRAN PAULIST	TRPL4	0,07	1,45
47	TIM PART S/A	TCSL3	0,13	2,82
48	TELESP	TLPP4	0,05	1,43
49	TELEMAR N L	TMAR5	0,00	2,14

Fonte: Elaborado pelos autores (2011).

Verifica-se que 99,96%, ou seja, quase todos os retornos diários foram positivos, já que as companhias fazem parte do Ibovespa, por isso possuem um menor risco e grande liquidez. Porém, com os dados do desvio-padrão pode-se visualizar que existem variações nos retornos uma vez que, neste período, estava havendo efeitos da crise financeira que teve início nos Estados Unidos em 2008, estendendo-se por boa parte do mundo.

Dando continuidade a análise dos dados foi criada uma matriz de covariância e uma matriz para calcular a variância do retorno da carteira (ver Tabela 2).

**TABELA 2:** Matriz usada para calcular a variância do retorno de uma carteira.

Ação	1	2	3	...	N
1	$X_1^2 \sigma_1^2$	$X_1 X_2 Cov(R_1, R_2)$	$X_1 X_3 Cov(R_1, R_3)$		$X_1 X_N Cov(R_1, R_N)$
2	$X_2 X_1 Cov(R_2, R_1)$	$X_2^2 \sigma_2^2$	$X_2 X_3 Cov(R_2, R_3)$		$X_2 X_N Cov(R_2, R_N)$
3	$X_3 X_1 Cov(R_3, R_1)$	$X_3 X_2 Cov(R_3, R_2)$	$X_3^2 \sigma_3^2$		$X_3 X_N Cov(R_3, R_N)$
.					
.					
.					
N	$X_N X_1 Cov(R_N, R_1)$	$X_N X_2 Cov(R_N, R_2)$	$X_N X_3 Cov(R_N, R_3)$		$X_N^2 \sigma_N^2$

Fonte: Ross, Westerfield e Jaffe (2008, p. 220).

Onde:

$\sigma_i$  é o desvio-padrão dos retornos da ação  $i$ ;

$Cov(R_i, R_j)$  é a covariância entre os retornos da ação  $i$  e da ação  $j$ .

Os termos envolvendo o desvio-padrão de um único título aparecem na diagonal principal, já os termos envolvendo covariâncias entre os retornos de dois títulos estão situados fora da diagonal e com a soma de todas as células que compõem a tabela acima se encontra a variância do portfólio.

Buscou-se um resultado que pondere tanto o risco do investimento quanto seu retorno esperado para isto, costuma-se maximizar, a relação retorno/risco de uma carteira. O problema de otimização é dado então pelas equações a seguir:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize } r_p = \sum_{j=1}^{49} X_j \cdot r_j \quad (4) \\
 & \text{sujeita a} \quad x_j \geq 0 \\
 & \quad x_j \leq 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^{49} x_j = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, 49)
 \end{aligned}$$

Onde:

$r_p$  é o retorno médio esperado da carteira;

$X_j$  é a proporção do valor total da carteira aplicado no ativo  $j$ ;

$r_j$  é o retorno do ativo  $j$ .

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize } \sigma_p = \left( \sum_{i=1}^{49} \sum_{j=1}^{49} X_i \cdot X_j \cdot COV_{ij} \right)^{1/2} \quad (5) \\
 & \text{sujeita a} \quad x_j \geq 0 \\
 & \quad x_j \leq 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^{49} x_j = 1 \quad (i \text{ e } j = 1, 2, \dots, 49)
 \end{aligned}$$

Onde:

$COV_{ij}$  é a covariância entre os ativos  $i$  e  $j$ .

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximize } RRR = \sum_{j=1}^{49} X_j \cdot r_j \Big/ \left( \sum_{i=1}^{49} \sum_{j=1}^{49} X_i \cdot X_j \cdot COV_{ij} \right)^{1/2} \quad (6) \\
 & \text{sujeita a} \quad x_j \geq 0 \\
 & \quad x_j \leq 1 \\
 & \quad \sum_{j=1}^{49} x_j = 1 \quad (i \text{ e } j = 1, 2, \dots, 49)
 \end{aligned}$$

A maximização da relação retorno/risco foi realizada por meio do suplemento *Solver* do Excel. Para Gonçalves Jr., Pamplona e Montevechi (2002) a formação de uma carteira de investimentos pode se tornar um procedimento relativamente simplificado para pequenos investidores que utilizam planilhas eletrônicas com um recurso de otimização como o *Solver*.  
 RRCF, Fortaleza, v.2, n. 2, Jul./Dez. 2011 [www.fate.edu.br/ojs/index.php/RRCF/index](http://www.fate.edu.br/ojs/index.php/RRCF/index)

Posteriormente, realizou-se a coleta da variação dos retornos diários de alguns índices existentes na Bolsa de Valores de São Paulo para que os resultados da carteira otimizada fossem comparados. Com estes dados houve o cálculo do retorno médio, do desvio-padrão e do coeficiente de variação para o mesmo período informado (ver Tabela 3).

**TABELA 3:** Índices da Bolsa de Valores de São Paulo.

Quantidade	Índice	Código	Retorno Médio%	Desvio padrão%	Coeficiente de Variação%
01	Índice Imobiliário	IMOB	0,17	2,26	13,29
02	Índice de Ações com Governança Corporativa Diferenciada	ICG	0,11	1,41	12,82
03	Índice da Bovespa	IBOV	0,09	1,55	17,22
04	Índice Brasil 50	IBrX50	0,08	1,57	19,62
05	Índice Setorial de Telecomunicações	ITEL	0,08	1,33	16,66

Fonte: Elaborado pelos autores (2011).

## 6. ANÁLISES E DISCUSSÕES

No caso de problemas que envolvam programação não linear, como neste artigo, os métodos matemáticos empregados são bastante distintos. No entanto, os elementos fundamentais são os mesmos (CORRAR; THEÓPHILO; BERGMANN, 2004). O *Solver* usa o algoritmo chamado *Generalized Reduced Gradient* (GRC) para encontrar uma solução ótima quando são esgotadas as tentativas (SILVA, 2004).

Segundo Silva (2004, p. 448) em termos matemáticos, “o risco individual de uma alternativa de investimento pode ser medido por sua variância (ou desvio padrão) em torno da média dos rendimentos auferidos em uma série histórica (retorno esperado)”. Portanto, a principal tarefa para a determinação de um portfólio é a combinação de investimentos que possuam comportamentos opostos visando reduzir a variância da carteira.

Após a criação das matrizes de covariância e de risco da carteira definiu-se o objetivo, através da seleção da célula do Excel que era resultante da Equação 6, posteriormente, o *Solver* foi acionado para otimizar a relação retorno/risco. O suplemento encontrou uma solução e todas as restrições e condições foram satisfeitas. As restrições impostas ao modelo são as seguintes:

- A soma das proporções deveria ser igual a 1;
- As proporções deveriam ser menores ou iguais a 1; e
- As proporções deveriam ser maiores ou iguais a 0.

Os resultados encontrados estão organizados por ordem decrescente na tabela 4.

**TABELA 4:** Carteira otimizada pelo Solver.

Quantidade	Companhia	Código	Participação %
1	AMBEV	AMBV4	22,3
2	SOUZA CRUZ	CRUZ3	18,1
3	ULTRAPAR	UGPA4	15,5
4	BRASKEM	BRKM5	14,9
5	LIGHT S/A	LIGT3	10,6
6	TIM PART. S/A	TCSL4	6,6
7	LOJAS RENNER	LREN3	6,1
8	CESP	CESP6	2,7
9	CCR RODOVIAS	CCRO3	1,5
10	NATURA	NATU3	1,2
11	COPEL	CPLE6	0,5
TOTAL			100

Fonte: Autoria própria, 2011.

Quando estes resultados foram comparados com os índices da Tabela 3 percebeu-se que a melhor opção continua sendo investir no portfólio da Tabela 4, uma vez que, o mesmo retorno de 0,17% para os investidores do Índice do Setor Imobiliário apresenta uma variação alta em torno da média (2,26%) e um coeficiente de variação alto de 13,29%; o que não compensaria o investimento. Este retorno pode ser explicado pelo crescimento alto do setor imobiliário nos últimos anos, já que a demanda por imóveis está bastante aquecida no país.

Com relação aos outros retornos dos índices, IMOB, IGC, IBOV, IBrX50 e ITEL, todos eles estão menores e com riscos maiores que os alcançados pela otimização proposta (ver Tabela 3). Além disso, pode-se extrair desta tabela os resultados do coeficiente de variação, que permite a possibilidade de comparações mais precisas entre dois ou mais conjuntos de valores. Viu-se que o IBrX50 teve um risco por unidade elevado de 19,62%, sendo assim é índice menos atrativo para se investir no período de análise. No entanto, o índice com menor grau de variação foi o IGC, visto que os ativos que o compõe apresentam, teoricamente, menores riscos já que as empresas adotam práticas transparentes de gestão.

## 7. CONCLUSÕES

Diante do exposto, os resultados sugerem que a carteira com melhor relação retorno/risco foi formada a partir de empresas que não possuem grande participação na

composição do Índice Bovespa de maio a agosto de 2011; sendo as quantidades variando de 1,15% a 0,44%.

Além disso, verifica-se que das 49 companhias que poderiam ser escolhidas para compor o portfólio eficiente, apenas 11 delas foram selecionadas. Comparando-se os resultados da otimização com os retornos dos outros índices, pode-se concluir que continua sendo mais vantajoso investir na carteira otimizada.

Deve-se ressaltar que os resultados obtidos neste período de análise podem não se repetir no futuro, visto que o desempenho de uma carteira além de se basear em dados passados considera outras variáveis.

## REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. *Mercado financeiro*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BARCELOS, F. B., PACHECO, M. A., HAMACHER, S. *Determinação da fronteira de eficiência através da estratégia de Pareto: aplicação em carteiras de projetos de petróleo e gás*. **RICA: Revista Inteligência Computacional Aplicada**, nº 2. Disponível em: <<http://publique.rdc.puc-rio.br/rica/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?infoid=46&sid=13>>. Acesso em: 22 jul. 2011.

BERNSTEIN, P. L. *Capital ideas*. Nova Iorque (EUA): Free Press, 1992.

BOVESPA – Bolsa de Valores de São Paulo. **Índice Bovespa**. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/IBovespa.pdf>. Acesso em: 02 de jun. de 2011.

BRAGA, L. M. *Otimização de carteiras: testando a forma fraca de eficiência do mercado brasileiro*. 31f. Trabalho de conclusão de curso (Especialização em Mercado de Capitais) – Escola de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, 2009.

BRUNI, A. L.; FUENTES, J.; FAMÁ, R. **A Moderna Teoria de Portfólios e a Contribuição dos Mercados Latinos na Otimização da Relação Risco Versus Retorno de Carteiras Internacionais: Evidências Empíricas Recentes (1996-1997)**. In: III SemeAd - Seminários em Administração da FEA/USP, 1999, São Paulo.

CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. & BERGMANN, D. R. Programação linear. In: CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (Org). *Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria*. São Paulo: Atlas, 2004.

COSTA, T. M. T. et al. *Hedge ótimo e efetividade a partir da utilização de contratos futuros de índices de ações, câmbio, taxa de juros e petróleo*. **Revista CCEI**, URCAMP, v.15, n.27, p. 129-146, mar de 2011.

GONÇALVES JR, C.; PAMPLONA, E. DE O.; MONTEVECHI, J. A. *Seleção de Carteiras Através do Modelo de Markowitz para Pequenos Investidores (Com o Uso de Planilhas Eletrônicas)*. IX Simpep outubro de 2002. Bauru, SP.

GONÇALVES JR, C; GONÇALVES, C.. **Teste do modelo de otimização de carteiras pelo índice beta.** In:XXVI ENEGEP, 2006, Fortaleza.

LINTZ, A.; RENYI, L. *Comparação de estimadores de volatilidade na administração de carteiras de investimento uma abordagem através do modelo de Markowitz*. In: III SemeAd - Seminários de Administração da FEA/USP., 1999, São Paulo.

LOPES, A. L. M.; CARNEIRO, M. L.; SCHENEIDER, A. B. *Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data EnvelopmentAnalysis - DEA*. **Revista Gestão e Sociedade do CEPEAD/UFMG**, Minas Gerais, vol. 4, nº 9, p. 640-656, set./dez., 2010.

MALACRIDA, M. J. C.; YAMAMOTO, M. M. *Governança corporativa: nível de evidenciação das informações e sua relação com a volatilidade das ações do Ibovespa*. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 3, p. 65 – 79, 2006.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection*. **The Journal of Finance**, junho, pp. 77 – 91, 1952.

MEGGINSON, W. *Corporate Finance Theory*. São Paulo: Addison-Wesley, 1997.

ROSS, S.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. *Administração financeira: corporate finance*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

SILVA, R. F. M.; CARMONA, C. U. M.; LAGIOIA, U. C. T. *A relação entre o risco e as práticas de governança corporativa diferenciada no mercado brasileiro de ações: uma abordagem sob a égide da teoria dos portfólios de Markowitz*. **Revista Brasileira de Gestão de Negócios**, São Paulo, v.13, n.39, p. 175-192, abr/jun 2011.

SILVA, C. A. G. *Gerenciamento de risco da carteira otimizada*. In: XXVIII ENEGEP, 2008, Rio de Janeiro.

SILVA, P. R. da. Programação não linear. In: CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (Org). *Pesquisa operacional para decisão em contabilidade e administração: contabilometria*. São Paulo: Atlas, 2004.

VERA, G. B.; ULLOA, A. F. C. *Una propuesta metodológica para la optimización de portafolios de inversión y su aplicación al caso colombiano*. **Estudios generales**, Universidad ICESI, Cali, nº. 95, p. 13-36, abr/jun 2005.