CRESCIMENTO ECONÔMICO E POLUIÇÃO AMBIENTAL

ECONOMIC GROWTH AND ENVIRONMENTAL POLLUTION

José Coelho Matos Filho
Departamento de Economia – UFC
E-mail: jmatos@ufc.br

Resumo
Trata-se de um exercício teórico em que se discute sob que condições o modelo de crescimento com poluição ambiental de Aghion e Howitt (1998) é invariante aos chamados efeitos de escala de Jones (1995). Conclui-se que é possível haver crescimento econômico estável no longo prazo na presença de poluição ambiental, desde que o capital humano cresça mais rapidamente do que o capital físico.

Palavras chave: Meio ambiente e crescimento.

Abstract
The paper deals with a theoretical exercise that discusses under what conditions the growth model with environmental pollution of Aghion and Howitt (1998) is invariant to the so-called scale effects defined in Jones (1995). It is concluded that there can be stable long-run economic growth in the presence of environmental pollution, provided that human capital grows faster than physical capital.

Key words: Environment and growth.

1. Introdução

Qual a ligação entre poluição ambiental e crescimento econômico? Quais os limites ao crescimento estabelecidos pela poluição ambiental?

A teoria do crescimento econômico sugere ser necessário um contínuo progresso do conhecimento para a manutenção de taxas positivas de crescimento do produto real *per capita* no longo prazo, resultando em novos produtos, novos mercados e novos processos de produção. Esta é a perspectiva dos modelos ao estilo Solow-Swan e Ramsey-Cass-Koopmans. Tais modelos concluem que, sem progresso tecnológico, os efeitos dos retornos decrescentes farão cessar o crescimento econômico.

Estes modelos, aparentemente, explicam bem as diferentes trajetórias de crescimento entre países, o que joga a favor da sua aceitação. No entanto, há um problema associado à forma como incorporam as mudanças tecnológicas, ao explicarem o crescimento no produto pela introdução de um parâmetro de produtividade nas funções de produção agregadas, refletindo o conhecimento tecnológico que cresce a uma taxa exponencial constante e exógena, o que elimina os rendimentos decrescentes de escala e torna o crescimento sustentável no longo prazo.

Essa noção prevaleceu até meados da década de 1960, quando a teoria do crescimento econômico passou a carecer de relevância, com os investigadores preocupando-se cada vez mais com a elegância matemática e menos com a aplicabilidade empírica, o que abriu espaço para as teorias de desenvolvimento econômico e para as pesquisas acerca do ciclo econômico (Sala-i-Martin, 2000). Apenas a partir de meados da década de 1980, com a primeira leva de modelos de crescimento endógeno, devidos a Paul Romer e Robert Lucas, houve o renascimento da teoria do crescimento econômico como objeto de pesquisa, em que a taxa de crescimento de longo prazo era positiva sem a recorrência à suposição de que alguma variável do modelo crescesse de forma exógena.

Uma segunda linha de pesquisas (Aghion e Howitt, 1992) utilizou a abordagem de concorrência monopolística para construir modelos em que o investimento em pesquisas tecnológicas (R&D) por parte das firmas, era premiado com a permissão de monopólio ao inovador exitoso, até que a nova tecnologia fosse substituída por outra, o que gerava progresso endógeno.

Outra linha de abordagem investigativa tentou responder à questão inicial, ao introduzir os problemas de energia, recursos naturais e poluição ambiental no modelo neoclássico de crescimento (Foster, 1977) estendendo-o, posteriormente, para permitir a modelagem com crescimento endógeno (Bovenberg e Smulders, 1995; Grossman e Krueger, 1995; Stokey, 1998 e Aghion e Howitt, 1998).

Estes trabalhos, basicamente, exploram as condições sob as quais o crescimento do produto físico é sustentável e compatível com a qualidade ambiental. No primeiro caso (Foster, 1977), o modelo neoclássico foi redesenhado para permitir retornos crescentes dos fatores reproduzíveis (capital) *vis à vis* os fatores não reproduzíveis (recursos naturais). A safra seguinte (Bovenberg e Smulders, 1995; Grossman e Krueger, 1995; Stokey, 1998 e Aghion e Howitt, 1998) envolve a modelagem do progresso tecnológico endógeno com poluição ambiental, sugerindo que, com o desenvolvimento de novas tecnologias, o aumento de produção pode ocorrer através de métodos menos poluidores, pelo uso mais eficiente dos recursos naturais. Assim, em geral, estes trabalhos concluem pelo crescimento sustentável, com maior qualidade ambiental.

Este artigo verifica o quão geral é este resultado. Para isso, na parte 2, apresenta-se o modelo de Aghion e Howitt (1998), que sugere a possibilidade de crescimento econômico sustentável com redução da poluição ambiental, desde que o capital intelectual tenha crescimento mais rápido do que o capital físico. Na terceira parte, à guisa de modificação e para verificar até que ponto o resultado de Aghion e Howitt se mantém, considera-se a alteração dos modelos de crescimento baseados na literatura de R&D, proposta em Jones (1995). Finalmente, na quarta e última parte, discute-se os resultados.

2. Modelos de Crescimento Econômico e Poluição Ambiental

A literatura inicial sobre crescimento econômico com poluição ambiental surgiu na década de 1970, possivelmente como resultado da crise energética resultante do aumento dos preços do petróleo pela OPEP. O modelo de Foster (1977), a partir de uma estrutura *a la* Ramsey-Cass-Koopmans, insere-se nesse contexto, considerando um mundo onde a satisfação dos indivíduos é derivada tanto do consumo de bens, quanto da qualidade ambiental. Assim, em cada período, o produto é dividido entre consumo e controle da poluição, com os indivíduos aumentando consumo até o ponto além do qual o ganho de satisfação seja menor do que o custo que a maior poluição pode gerar. O resultado do modelo sugere que, se o estoque de poluição inicial for menor do que o nível de longo prazo, a trajetória ótima aponta poluição assintoticamente crescente em direção ao equilíbrio. Além disso, os custos, em termos de consumo em um horizonte infinito, de seguir uma trajetória declinante de níveis poluição, deverão superar os benefícios associados à sua redução a zero. Desta forma, o equilíbrio de longo prazo envolve a aceitação de algum nível positivo permanente de poluição.

Em uma linha diferente, Stokey (1998), usando uma estrutura ao estilo do modelo AK, analisa as evidências da relação sob a forma de U invertido apontada em literatura correlata (Grossman e Krueger, 1995), o que sugere que enquanto nos estágios iniciais do crescimento econômico os níveis de renda *per capita* parecem causar poluição, para níveis de renda maiores ocorre o contrário. Stokey conclui que, nos modelos do tipo AK, o crescimento sustentado não é ótimo porque "à medida em que o estoque de capital cresce a sociedade impõe padrões mais restritivos de emissão, reduzindo as taxas de retorno sobre o capital." (p. 3).

Os trabalhos de Bovenberg e Smulders (1995) e Aghion e Howitt (1998) inserem-se no contexto dos modelos de crescimento endógeno baseados na literatura de pesquisa e desenvolvimento (R&D). O primeiro examina as condições sob as quais, na presença de poluição ambiental, o crescimento sustentável é possível e ótimo. No segundo, é desenhado um modelo schumpeteriano de crescimento, em que a função de bem-estar individual depende tanto do consumo quanto da qualidade ambiental. Discutimos este último com algum grau de detalhe, a seguir.

Suponha uma função utilidade individual do tipo

$$u = u(c, E) \tag{1}$$

em que a satisfação do indivíduo depende do fluxo de bens de consumo (*c*) e da qualidade ambiental, medida pelo indicador agregado *E*, com a função de bem-estar intertemporal do indivíduo dada por

$$W = \int_0^\infty e^{-\rho\tau} u(c, E) d\tau \tag{2}$$

onde τ é o tempo e ρ representa a taxa intertemporal de preferência individual.

O indicador de qualidade ambiental *E* pode ser considerado como um bem de capital que é exaurido ao longo do tempo pela poluição, tendo, porém, capacidade regenerativa. Isto é, à medida que o nível de poluição diminui, o indicador *E* melhora. Aqui o fluxo de poluição (*P*) é crescente tanto do nível de produção (*Y*) quanto da intensidade de poluição (*z*), de modo que

$$P = P(Y, z) \tag{3}$$

Suponhamos que o limite superior de qualidade ambiental seja alcançado se toda a produção cessar indefinidamente. Então a medida de qualidade ambiental (*E*) é a diferença entre a qualidade atual e tal limite superior, o que impõe seu confinamento no espaço não positivo, isto é, $E \leq 0$. Nesse caso, a equação diferencial que governa o movimento temporal da qualidade ambiental é dada por

$$\dot{E} = -P(Y, z) - \theta E \tag{4}$$

onde $\theta > 0$ representa a taxa potencial de regeneração ambiental.

Além disso, suponhamos que exista um limite inferior crítico de qualidade ambiental, abaixo do qual se põe em movimento um processo de deterioração irreversível e cumulativo. Então,

$$E^{\min} \leq E(\tau) \leq 0 \text{, para todo } \tau \tag{5}$$

Por outro lado, ao mesmo tempo em que a intensidade de poluição (*z*) representa o grau de degradação ambiental, também permite maior quantidade de produtos. Isto é, quanto mais poluidora for a tecnologia, menor será o custo de produção e maior o nível do produto. Assim, a função de produção agregada é:

$$Y = F(K, A, z) \tag{6}$$

onde *Y* representa o produto agregado, *K* o estoque de capital e *A* o estoque de conhecimento tecnológico. Adicionalmente, suponhamos que o conhecimento tecnológico (*A*) seja governado pela equação diferencial:

$$\dot{A} = \sigma \eta n A \tag{7}$$

Então o problema de crescimento ótimo é dado por

$$\max \ W = \int_0^{\infty} e^{-\rho\tau} u(c,E) d\tau \tag{8}$$

$$\text{s. a.} \quad \dot{K} = Y - c \tag{9}$$

$$\dot{A} = \sigma\eta n A \tag{10}$$

$$\dot{E} = -P(Y,z) - \theta E \tag{11}$$

$$E^{\min} \leq E(\tau) \leq 0 \text{, para todo } \tau \tag{12}$$

resultando no Hamiltoniano

$$H = e^{-\rho\tau} u(c,E) + \lambda[F(K,A,z) - c] + \mu\sigma n\eta A - \zeta[P(Y,z) + \theta E] \tag{13}$$

cujas variáveis de controle são *c*, *n* e *z*.

Seguindo Stokey (1998), o produto final pode ser obtido por uma variedade de tecnologias conhecidas que diferem no grau de limpeza, de sorte que o fluxo de poluição é dado por

$$P = Yz^{\gamma} \tag{14}$$

onde $\gamma > 0$ e $z \in [0,1]$ é a medida do grau de "sujeira" da técnica existente.

Assim, dado o grau de limpeza da técnica, a poluição cresce com o nível de produção ($\frac{\partial P}{\partial Y} = z^{\gamma} > 0$). Por outro lado, dado o nível de produção, técnicas crescentemente mais limpas reduzem a poluição por unidade produzida ($\frac{P}{Y} = z^{\gamma}$).

De $\dot{E} = -P(Y,z) - \theta E$ e $E^{\min} \leq E(t) \leq 0$, conclui-se que

$$Yz^{\gamma} \leq -\theta E^{\min} \tag{15}$$

Este resultado implica que o fluxo de poluição não pode ficar acima de $-\theta E^{\min}$ sem provocar uma catástrofe ambiental. Assim, para que a produção e o estoque de capital cresçam sem limites, é necessário que *z* tenda, assintoticamente, para 0.

Seja a função de produção

$$Y = AL^{1-\alpha}x^{\alpha}z \tag{16}$$

Normalizando o estoque de trabalho *L*, de sorte que $x + n = 1$, em que *x* e *n* representam, respectivamente, a mão-de-obra dedicada à manufatura e à pesquisa, a equação acima pode ser escrita como

$$Y = K^{\alpha}(A(1-n))^{1-\alpha}z \tag{17}$$

Assumindo que as evoluções do capital físico (*K*) e do capital intelectual (*A*) sejam governadas pelas equações diferenciais especificadas em (9) e (10), o problema de crescimento ótimo é resolvido de acordo com o esquema abaixo

$$\max \quad W = \int_0^{\infty} e^{-\rho\tau}u(c,E)d\tau \tag{18}$$

$$\text{s. a.} \quad \dot{K} = K^{\alpha}(A(1-n))^{1-\alpha} - c \tag{19}$$

$$\dot{A} = \sigma\eta nA \tag{20}$$

$$\dot{E} = -K^{\alpha}(A(1-n)^{1-\alpha}z^{\gamma+1} - \theta E \tag{21}$$

com o Hamiltoniano sendo dado por

$$H = e^{-\rho\tau}u(c,E) + \lambda[K^{\alpha}\left(A(1-n)\right)^{1-\alpha}z - c] + \mu\sigma\eta nA - \zeta[K^{\alpha}\left(A(1-n)\right)^{1-\alpha}z^{\gamma+1} + \theta E] \tag{22}$$

com as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Leftrightarrow e^{-\rho t} u'(c) = \lambda \tag{23}$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = 0 \Leftrightarrow \mu\sigma\eta A = (1-\alpha) K^{\alpha} A^{1-\alpha} (1-n)^{-\alpha} z(\lambda - \zeta z^{\gamma})$$

$$\Rightarrow \mu\sigma\eta A = (1-\alpha)(\frac{\gamma}{\gamma+1})\frac{Y}{L} \tag{24}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \lambda K^{\alpha} [A(1-n)]^{1-\alpha} - \zeta(\gamma+1) K^{\alpha} [A(1-n)]^{1-\alpha} z^{\gamma} = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = (\gamma+1)\zeta z^{\gamma} \tag{25}$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = -\dot{\lambda} \Leftrightarrow -\dot{\lambda} = \alpha K^{\alpha-1} [A(1-n)]^{1-\alpha} (\lambda - \zeta z^{\gamma}) \tag{26}$$

Como $\lambda = (\gamma+1)\zeta z^{\gamma}$ e $\frac{Y}{K} = K^{\alpha-1}[A(1-n)]^{1-\alpha} z$, então $-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \alpha \frac{Y}{K}(\frac{\gamma}{\gamma+1})$. Assumindo que $u'(c) = c^{-\varepsilon}$, então $-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \rho + \varepsilon \frac{\dot{c}}{c}$, o que implica em

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\varepsilon}[(\frac{\gamma}{\gamma+1})\frac{Y}{K} - \rho] \tag{27}$$

Note-se que este resultado só é possível se o capital físico (K) e o produto (Y) crescerem à mesma taxa no longo prazo. Por outro lado, como $\frac{Y}{K} = \left(\frac{AL}{K}\right)^{1-\alpha} z$, na medida em que z tende assintoticamente para zero, para que $\frac{Y}{K}$ permaneça constante no longo prazo, é necessário que o capital intelectual (A) cresça mais rapidamente do que o capital físico (K).

3. Uma Versão Modificada do Modelo de Aghion e Howitt com Poluição

Em que medida o resultado da seção anterior é geral? É possível alterar algum postulado do modelo e, ainda assim, manter tal resultado? Esta é a motivação desta seção.

Consideremos a modificação proposta por Jones (1995) aos modelos de crescimento baseados na literatura de R&D. Segundo o autor, tais modelos sugerem que incentivos à política de R&D influenciam a taxa de crescimento de longo prazo da economia, em decorrência dos efeitos de escala: se a quantidade de recursos destinados à pesquisa e desenvolvimento (R&D), medida pelo número de cientistas engajados em pesquisa, duplicar a taxa de crescimento deverá, também, duplicar (p. 760).

As evidências, no entanto, jogam contra essa perspectiva: o número de cientista engajados em pesquisa e desenvolvimento, na última metade do século XX, cresceu dramaticamente nos países desenvolvidos, sem que a média das taxas de crescimento econômico apresentasse tal *performance*. Isto, segundo o autor, sugere a inconsistência dos modelos de crescimento acima.

Apesar disso, o autor sugere que tal inconsistência não invalida, em espírito, a literatura de crescimento baseada em R&D. Assim, reformula o modelo, eliminando os efeitos de escala, preservando, no entanto, os seus fundamentos microeconômicos.

Para entendermos o ponto de vista de Jones (1995) sobre os modelos de crescimento baseados na literatura de R&D, vejamos uma versão emprestada de Aghion e Howitt (1998).

Seja uma economia habitada por massa contínua de L indivíduos, com preferências intertemporais lineares

$$u(y) = \int_0^\infty e^{-r\tau} y_\tau d\tau \tag{28}$$

onde r é a taxa de preferência intertemporal e igual à taxa de juros e τ é o tempo. Nessa economia, cada indivíduo é dotado com uma unidade de fluxo de trabalho, de modo que L seja igual ao fluxo agregado de oferta de trabalho. A produção de bens de consumo depende de um bem intermediário x, de acordo com

$$y_t = A_t L_t^{1-\alpha} x_t^{\alpha} \tag{29}$$

com $0 < \alpha < 1$, onde *t* é um índice representativo da última safra de tecnologias e onde as inovações decorrem de invenções de novas variedades de bens intermediários que substituem os anteriores, cujo uso melhora o parâmetro tecnológico *A* pelo fator $\gamma > 0$, isto é, $A_t = \gamma A_{t-1}$.

O estoque de trabalho (*L*) pode ser usado na produção de bens intermediários, na razão um para um ou na produção de pesquisas. Assim,

$$L_t = x_t + n_t \tag{30}$$

onde *x* é quantidade de trabalho usada na manufatura e *n* é a quantidade de trabalho usado na pesquisa de novas tecnologias.

Quando a quantidade de trabalho *n* é usada na pesquisa, as inovações chegam aleatoriamente à taxa de Poisson λn, com $\lambda > 0$. Isto é, a probabilidade de ocorrer *t* inovações até o período τ é dada por

$$P(t,\tau) = \frac{(\lambda n \tau)^t}{t!} e^{-\lambda n \tau} \tag{31}$$

Como de $A_t = \gamma A_{t-1}$ podemos inferir que $A_t = A(0)\gamma^t$, onde *t* representa a *t*-ésima inovação, então

$$A(\tau) = A(0)\gamma^{\varepsilon(\tau)} \tag{32}$$

onde $\varepsilon(\tau) \approx \frac{(\lambda n \tau)^t}{t!} e^{-\lambda n \tau}$. Além disso, supondo-se que $Y_t = A_t Y_{t-1}$, então no espaço temporal, $Y(\tau) = A(\tau)Y(\tau - 1)$. Como $A(\tau) = A(0)\gamma^{\varepsilon(\tau)}$, então $Y(\tau) = A(0)Y(\tau - 1)\gamma^{\varepsilon(\tau)}$. Fazendo *A(0) = 1*, vem

$$Y(\tau) = Y(\tau - 1)\gamma^{\varepsilon(\tau)} \qquad (33)$$

Daí, conclui-se que

$$g = \lambda n \log \gamma \qquad (34)$$ [1]

onde a expressão *log* refere-se ao logaritmo neperiano.

À firma que tem sucesso na produção de uma inovação é dado o direito de monopolizar a tecnologia dela decorrente até que esta seja substituída pela inovação seguinte. Além disso, uma inovação obtida pode ser utilizada como "base" para outras pesquisas, isto é há transbordamentos das atividades que geram crescimento no estoque de conhecimento *A*. Assim, as rendas do monopólio que o inovador entrante pode capturar são menores do que o excedente do consumidor criado pelo bem intermediário gerado pela inovação, uma vez que permite a outro pesquisador iniciar seu projeto tendo como plataforma a próxima inovação. Isto gera incentivos à pesquisa, aumentando *n*, a proporção de trabalho destinada a R&D.

Há, no entanto, outro efeito caracterizado pela destruição do excedente atribuível à geração anterior de bens intermediários, chamado *business stealing*, que exerce o efeito contrário sobre a proporção de trabalho destinado a R&D. De fato, à medida que surgem novas tecnologias decorrentes de R&D, há incentivos à pesquisa. Como a taxa de chegada é

---

[1] De $Y(\tau) = Y(\tau - 1)\gamma^{\varepsilon(\tau)}$, conclui-se que $\log Y(\tau) = \log Y(\tau - 1) + \varepsilon(\tau)\log\gamma$. Assim, $E[\log Y(\tau) - \log Y(\tau - 1)] = E[\varepsilon(\tau)\log\gamma]$. Como $\varepsilon(\tau) \approx \frac{(\lambda n \tau)^t}{t!} e^{-\lambda n \tau}$, então $E[\varepsilon(\tau)] = \lambda n$ e $E[\log Y(\tau) - \log Y(\tau - 1)] = \lambda n \log\gamma$.

$\lambda n > 0$, menor será o tempo esperado de duração do monopólio do inovador entrante e menor o incentivo a novas pesquisas.

A quantidade *n* de trabalho dedicada à pesquisa é determinada pela condição de arbitragem

$$w_t = \lambda V_{t+1} \tag{35}$$

onde *w* é o valor de uma hora dedicada à manufatura ou o salário e V_{t+1} é o *pay off* esperado descontado, da *(t+1)*-ésima inovação. Portanto, λV_{t+1} representa o valor esperado de uma hora em pesquisa, dado pela probabilidade (λ) de ocorrência de uma inovação, multiplicada por V_{t+1}. Por outro lado, o *pay off* esperado V_{t+1} é determinado por

$$rV_{t+1} = \pi_{t+1} - \lambda n_{t+1} V_{t+1} \tag{36}$$

onde rV_{t+1} representa a renda esperada gerada pela patente proporcionada pela *(t+1)*-ésima inovação; π_{t+1} é o fluxo de lucros atribuível ao monopolista pelo *(t+1)*-ésimo bem intermediário e $\lambda n_{t+1} V_{t+1}$ representa a perda esperada de capital que ocorrerá quando a *(t+1)*-ésima inovação for substituída por outra. Neste caso, o *(t+1)*-ésimo inovador perde V_{t+1}, com probabilidade λn_{t+1}. Assim,

$$V_{t+1} = \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}} \tag{37}$$

Segundo a equação acima, quanto mais pesquisas forem esperadas, decorrentes da próxima inovação, mais curta é a provável duração dos lucros de monopólio auferidos pelo inovador entrante e, portanto, menor o *pay off* esperado.

Para completar a especificação do modelo, é necessário delimitar os fluxos de lucros do monopolista (π_t) e de demanda por mão de obra (ou produto intermediário) x_t, um problema de maximização a ser resolvido pelo produtor de bens intermediários que utiliza a *t*-ésima inovação ao preço V_{t+1}. Assim, o problema se resume a determinar o lucro (π_t) máximo

$$\pi_t = \max_x p_t(x)x_t - w_t x_t \tag{38}$$

onde $p_t(x)$ é o preço ao qual o t-ésimo inovador (ou firma intermediária) vende o fluxo de bens intermediários (x) para o setor que produz os bens finais e w_t é o salário pago na produção de x.

Supondo competitivo o setor de bens finais, o preço do bem intermediário ($p_t(x)$) deve igualar o produto marginal obtido pela utilização do mesmo no produto final. Assim,

$$p_t(x) = \alpha A_t x_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} \tag{39}$$

Substituindo esta expressão em (38) e procedendo a maximização vem

$$x_t = \left(\frac{\alpha^2}{\omega_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t \tag{40}$$

onde $\omega = \frac{w}{A}$. Além disso, de (39) conclui-se que

$$x_t = p_t(x)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t \tag{41}$$

Como o lucro total é determinado pelo fluxo esperado dos lucros de todos os períodos, então utilizando (41) podemos expressar

$$\pi_t = \max_p \int_0^\infty e^{-r\tau} [p_t(x) - w_t] p_t(x)^{-\frac{1}{1-\alpha}} \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} A_t^{\frac{1}{1-\alpha}} L_t d\tau \tag{42}$$

cujo Hamiltoniano é $H = e^{-r\tau}[p_t(x) - w_t]p_t(x)^{-\frac{1}{1-\alpha}}\alpha^{\frac{1}{1-\alpha}}A_t^{\frac{1}{1-\alpha}}L_t$. Daí,

$$p_t(x) = \frac{w_t}{\alpha} \tag{43}$$

Assim, a expressão do lucro total é dada por

$$\pi_t = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)w_t x_t = A_t\tilde{\pi}(\omega_t) \tag{44}$$

Observemos que, por esta expressão, tanto x_t quanto π_t são decrescentes em ω_t. O lucro π_t é decrescente em ω_t em decorrência do postulado da destruição criativa, porque a maior demanda por mão-de-obra em futuras pesquisas eleva ω_{t+1}, o que reduz π_{t+1}, desencorajando a pesquisa corrente, o que reduz n_t.

Usando a equação de arbitragem em (31) e os fatos de que $\pi_{t+1} = A_{t+1}\tilde{\pi}(\omega_{t+1})$ e $A_{t+1} = \gamma A_t$, juntamente com (29), pode-se derivar uma nova expressão para a equação de arbitragem como

$$\omega_t = \lambda\frac{\gamma\tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}} \tag{45}$$

Por outro lado, o mercado equilibra-se de forma que a demanda por mão-de-obra na indústria de bens finais seja função decrescente do salário ajustado $\omega = \frac{w}{A}$, isto é,

$$L = n_t + \tilde{x}(\omega_t) \tag{46}$$

Em uma situação de *steady state* estas relações se tornam

$$\omega = \lambda \frac{\gamma \tilde{\pi}(\omega)}{r + \lambda n} \qquad (45')$$

e

$$L = n + \tilde{x}(\omega) \qquad (46')$$

Observemos que a equação (45') representa uma relação decrescente entre n e ω, enquanto que equação (46') representa uma relação crescente. Assim, existe um par ($\hat{n}, \hat{\omega}$) que garante a unicidade do equilíbrio de *steady state*. Porém, o que afeta o nível de pesquisa de *steady state* $\hat{n}$? Em primeiro lugar, uma queda na taxa de juros *r* aumenta o benefício marginal da pesquisa ao aumentar o valor presente dos lucros de monopólio, aumentando *n*. Adicionalmente, um aumento no tamanho de cada inovação (γ) aumenta, também, os lucros do monopólio pelo aumento marginal da pesquisa, aumentando *n*. Além disso, um aumento na força de trabalho (*L*) tem dois efeitos cumulativos, ao aumentar o benefício marginal pela redução do salário da mão de obra especializada e pela redução dos custos marginais da pesquisa o que, também, faz aumentar *n*. Finalmente, o aumento da taxa de chegada das inovações (λ) apresenta dois efeitos, caracterizados pelas reduções dos custos marginais e dos benefícios marginais da pesquisa, porque se de um lado resulta em maior efetividade do trabalho dedicado a essa atividade para um dado nível de emprego, de outro lado aumenta a taxa de destruição criativa. Espera-se, no entanto, que a redução dos custos marginais supere a redução dos benefícios correspondentes, o que aumenta *n*. São estes argumentos que ilustram o conhecido efeito de escala.

Isto posto, busquemos uma forma analítica para a taxa de crescimento *g* em função dos parâmetros comportamentais do modelo. Para isso, consideremos nossa economia habitada por uma massa (*L*) contínua de indivíduos com vida infinita, com função de bem-estar dada por

$$W = \int_0^{\infty} e^{-\rho\tau} u(c) d\tau \qquad (47)$$

onde c é a trajetória do consumo e ρ é a taxa de preferência intertemporal dos indivíduos, representando o grau de egoísmo da geração presente *vis à vis* as gerações futuras e *u(c)* é uma função de utilidade instantânea isoelástica, de sorte que

$$W = \int_0^\infty e^{-\rho\tau} \left(\frac{c^{1-\varepsilon} - 1}{1-\varepsilon} \right) d\tau \tag{48}$$

O problema de crescimento ótimo neste caso é

$$\max_{\{c\}} W = \int_0^\infty e^{-\rho\tau} \left(\frac{c^{1-\varepsilon} - 1}{1-\varepsilon} \right) d\tau \\ \text{s. a. } \dot{K} = Y - c \tag{49}$$

Suponhamos que o produto final seja realizado utilizando trabalho e um *continuum* de diferentes bens intermediários, de acordo com

$$Y = L^{1-\alpha} \int_0^1 A_t x_t^\alpha dt \tag{51}$$

onde A_t é um parâmetro de qualidade que indica a produtividade do *t*-ésimo bem intermediário.

Cada bem intermediário é produzido de acordo coma função de produção com rendimentos constantes

$$x_t = \frac{K_t}{A_t} \tag{52}$$

onde K_t é a quantidade de capital utilizada na produção do t-ésimo bem intermediário e A_t tem impacto negativo sobre a produção do mesmo, refletindo o fato de que sucessivas safras de bens são crescentemente intensivas em capital.

O problema do produtor de bens finais é encontrar a quantidade do bem intermediário x_t a ser utilizada, de sorte que o produto final seja ótimo, isto é,

$$\max Y_t = L^{1-\alpha}\int_0^1 A_t x_t^{\alpha} dt \quad (53)$$

$$\text{s. a. } K = \int_0^1 A_t x_t dt \quad (54)$$

Isto rende $\alpha A_t L^{1-\alpha} x_t^{\alpha-1} = \lambda A_t$ onde λ é o multiplicador de Lagrange. Assim, $x_t = x = \left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)L$. Portanto, $\int_0^1 A_t x_t dt = x\int_0^1 A_t dt = K$ e $A = \int_0^1 A_t dt$ e, portanto, $Y = L^{1-\alpha} A x^{\alpha}$.

Seja A^{max} a tecnologia líder. Isto é, A^{max} representa o melhor parâmetro de qualidade dentre os existentes, de modo que cada vez que uma inovação ocorra, é criada uma nova geração de bens intermediários com parâmetro de qualidade igual a A^{max}.

Suponhamos que a freqüência de inovações na economia seja proporcional à quantidade de R+D: ηn, onde $\eta > 0$, indica a taxa de chegada (Poisson) de inovações de um pesquisador individual.

A tecnologia líder cresce no tempo como resultado da acumulação de conhecimento das inovações, de maneira que

$$\dot{A}^{\max} = \sigma \eta n A^{\max} \quad (54)$$

onde σ é um parâmetro que representa o tamanho de cada inovação ou, o que é o mesmo, indica a taxa à qual o fluxo de inovações empurra a economia para a fronteira tecnológica.

Sob o postulado de que as inovações ocorram com igual probabilidade em qualquer setor, não importando a qualidade pré-existente no mesmo, então, no longo prazo o parâmetro líder A^{max} é proporcional ao parâmetro médio (A), isto é,

$$A^{\max} = (1+\sigma)A \quad (55)$$

Segue-se daí que

$$\dot{A} = \sigma\eta n A \tag{56}$$

Assim, o problema de crescimento ótimo pode ser endereçado como a escolha de consumo e R+D, em cada data, de modo a

$$\max W = \int_0^\infty e^{-\rho\tau}\left(\frac{c^{1-\varepsilon}-1}{1-\varepsilon}\right)d\tau \tag{57}$$

s. a. $\dot{K} = K^\alpha (AL)^{1-\alpha} - c$ (58)

$\dot{A} = \sigma\eta n A$ (59)

cujo Hamiltoniano é

$$H = e^{-\rho\tau}\left(\frac{c^{1-\varepsilon}-1}{1-\phi}\right) + \lambda\left[K^\alpha\left(A(1-n)\right)^{1-\alpha} - c\right] + \mu\sigma\eta n A \tag{60}$$

e cujas condições de primeira levam à taxa de crescimento ótimo

$$g^* = \frac{1}{\varepsilon}(\sigma\eta - \rho) \tag{61}$$

Portanto, para que haja crescimento sustentável ilimitado é necessário que $\sigma\eta > \rho$. Neste caso, o crescimento sustentável ilimitado decorre da inexistência de retornos decrescentes dos dois tipos de capital (*K* e *A*) em conjunto, mesmo havendo acumulação ilimitada de capital físico, bastando que o capital intelectual (*A*) cresça mais rapidamente do que o capital físico (*K*).

Para demonstrar sua discordância, Jones (1995) modifica o modelo de Romer (1990), como segue.

Seja uma economia cuja função de produção é dada por

$$Y = K^{1-\alpha}(AL_y)^{\alpha} \tag{62}$$

e seja o crescimento do conhecimento ou produtividade dado por

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta L_A \tag{63}$$

onde $\delta > 0$. Nessa economia o trabalho (L) é usado ou para produzir os bens finais (L_Y) ou para produzir conhecimento (L_A), de sorte que

$$L = L_Y + L_A \tag{64}$$

A fonte dos problemas relativos aos efeitos de escala surge na equação (63), informando que a produtividade dos fatores é proporcional ao número de unidades de trabalho dedicadas à pesquisa e desenvolvimento.

Uma especificação alternativa seria

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta \frac{L_A}{L} = \delta s \tag{65}$$

Nesta especificação, compatível com as conclusões de Romer (1990), é visível o fato de que a política de R&D dirige o crescimento da produtividade. Além disso, os subsídios ou incentivos à mesma, pelos efeitos em s, aumentarão a taxa de crescimento de *steady state*.

Mesmo esta especificação é insatisfatória por algumas razões. Em primeiro lugar, é inconsistente com os microfundamentos dos modelos tradicionais de R&D, que implicam na noção de que novas descobertas dependem do maior número de indivíduos engajados em pesquisa. Segundo esta abordagem, quanto maior o número de indivíduos dedicados a pesquisa e desenvolvimento, maior será o número de inovações. Ora, pela equação (59), uma economia com um único pesquisador é capaz de gerar tantas inovações quanto uma economia com, digamos, um milhão de pesquisadores, uma vez que por tal equação, o crescimento tecnológico depende apenas da proporção de trabalhadores dedicados à pesquisa.

Em segundo lugar, segundo Jones (1995), a evidência empírica joga contra tal especificação, uma vez que a proporção observada de trabalhadores engajados em R&D apresenta uma tendência positiva no pós-guerra, o mesmo não acontecendo com o número de inovações.

Assim, o problema é modelar o crescimento endógeno, preservando as características dos modelos de R&D, porém eliminando os efeitos de escala e incorporando a intuição de que o crescimento decorre de inovações intencionais de agentes racionais otimizantes.

Jones (1995) procede como segue. Seja A o estoque de conhecimento tecnológico da economia. Se o fluxo de conhecimento depender do número de pesquisadores engajados na tentativa de descoberta de novas técnicas, então

$$\dot{A} = \tilde{\delta} L_A \tag{66}$$

onde $\tilde{\delta}$ representa a taxa de chegada de novas idéias, obedecendo a um processo de Poisson.

Como o conhecimento é cumulativo, é razoável supor que as novas idéias sejam função da quantidade de conhecimento acumulado na economia. Especificamente, se há transbordamento, então $\tilde{\delta}$ é crescente em A. Por outro lado, assumindo que as idéias mais óbvias já foram descobertas, é razoável supor que a probabilidade de um indivíduo dedicado à pesquisa descobrir uma nova tecnologia seja cada vez menor, isto é,

$$\tilde{\delta} = \delta A^{\phi} \tag{67}$$

onde $0 < \phi < 1$ representa o retorno do nível de conhecimento.

Ainda assumindo que quanto maior o número de inovações ocorridas no passado, menor será o número corrente de inovações por unidade de trabalho, então

$$\dot{A} = \delta A^{\phi} L_A^{\lambda} \tag{68}$$

onde $0 < \lambda \leq 1$ representa a externalidade ocorrida no processo de R&D. Assim,

$$\frac{\dot{A}}{A} = \delta \frac{L_A^{\lambda}}{A^{1-\phi}} \tag{69}$$

Como na trajetória de crescimento equilibrado $\frac{\dot{A}}{A}$ é constante, desde que $\frac{L_A^{\lambda}}{A^{1-\phi}}$ seja constante, então fazendo $\frac{\dot{L}_A}{L_A} = n$, conclui-se que

$$g_A = g_y = g_c = g_k = g \equiv \frac{\lambda n}{1-\phi} \tag{70}$$

o que apresenta a taxa de crescimento *g* sem efeitos de escala.

É esta a alteração que introduzimos com o intuito de modificar o modelo de Aghion e Howitt (1998), para verificar quão geral é o seu resultado.

Com esta nova especificação o problema de crescimento ótimo a ser resolvido passa a ser apresentado como

$$\max \ W = \int_0^{\infty} e^{-r\tau} u(c, E) d\tau \tag{71}$$

$$\text{s. a.} \quad \dot{K} = K^{1-\alpha} [A(L - L_A)]^{\alpha} z - c \tag{72}$$

$$\dot{A} = \delta L_A^{\varphi} A^{\phi} \tag{73}$$

$$\dot{E} = -K^{1-\alpha}[A(L-L_A)]^{\alpha} z^{\gamma+1} - \theta E \tag{74}$$

cujo Hamiltoniano é dado por

$$\begin{aligned} H &= e^{-r\tau}u(c,E) + \lambda\{K^{1-\alpha}[A(L-L_A)]^{\alpha} z - c\} + \mu\delta L_A^{\varphi} A\phi \\ &\quad -\psi\{K^{1-\alpha}[A(L-L_A)]^{\alpha} z^{\gamma+1} + \theta E\} \end{aligned} \tag{75}$$

cujas condições de primeira ordem são

$$\frac{\partial H}{\partial C} = 0 \Leftrightarrow e^{-r\tau}u'(c) = \lambda \tag{76}$$

$$\frac{\partial H}{\partial L_A} = 0 \Leftrightarrow \varphi\mu\delta L_A^{\varphi-1} A^{\phi} = \alpha\psi K^{1-\alpha} A^{\alpha}(L-L_A)^{\alpha-1} z(\lambda - \psi z^{\gamma}) \tag{77}$$

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \lambda = \psi(\gamma+1)z^{\gamma} \tag{78}$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = -\dot{\lambda} \Leftrightarrow -\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = (1-\alpha)K^{-\alpha}[A(L-L_A)]^{\alpha} z(\lambda - \psi z^{\gamma}) \tag{79}$$

Usando os fatos de que $\alpha K^{1-\alpha} A^{\alpha}(L-L_A)^{\alpha-1} z = \frac{Y}{L_A}$; $(1-\alpha)K^{-\alpha}[A(L-L_A)]^{\alpha} z = \frac{Y}{K}$ e $\lambda - \psi z^{\gamma} = \frac{\gamma}{1+\gamma}$, então

$$\varphi\mu\delta L_A^{\varphi-1} A^{\phi} = \alpha\left(\frac{\gamma}{1+\gamma}\right)\frac{Y}{L_Y} \tag{80}$$

e

$$-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}=(1-\alpha)(\frac{\lambda}{1+\lambda})\frac{Y}{K} \tag{81}$$

Além disso, admitindo que a função utilidade é do tipo isoelástica, de sorte que $u'(c)=c^{-\varepsilon}$, então $\rho+\varepsilon\frac{\dot{c}}{c}=-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$. Portanto

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\varepsilon}[(1-\alpha)(\frac{\gamma}{1+\gamma})\frac{Y}{K}-\rho] \tag{82}$$

Aqui, como em Aghion e Howitt (1998), o resultado permite que o consumo cresça indefinidamente, desde que o capital físico (*K*) e o produto (*Y*) cresçam à mesma taxa. Como

$$\frac{Y}{K}=(\frac{AL_Y}{K})^{\alpha}z \tag{83}$$

então, para que $\frac{Y}{K}$ permaneça constante no longo prazo, basta que o capital intelectual (*A*) cresça mais rapidamente do que o capital físico (*K*), de modo a compensar a queda necessária em *z*. Assim é possível melhorar qualidade ambiental no longo prazo (*z* assintoticamente tendendo para zero) sem incorrer em taxas decrescentes de consumo.

4. Conclusão

A seção anterior nos conduz à conclusão de que a eliminação dos efeitos de escala em nada altera o resultado geral do modelo de Aghion e Howitt (1998), segundo o qual é possível garantir crescimento estável no longo prazo, desde que o crescimento do capital intelectual seja mais rápido do que o crescimento do capital físico. Contudo, o que significam tais conclusões? Em que medida elas são corroboradas pela evidência empírica? Será sem sentido a interpretação dos ambientalistas de que o desenvolvimento sustentável é algo que requer deixar intactos os estoques de recursos naturais?

Observemos que as sociedades modernas, apesar dos problemas ambientais, têm um padrão de vida muito superior ao correspondente dos seus antepassados. Segundo Rosenberg e Birdzell (1986), a história do ocidente, anterior aos últimos duzentos ou trezentos anos é uma crônica de fome e esqualidez. Portanto parece *nonsense* o argumento ambientalista e é isto que sugerem os modelos aqui descritos.

A mensagem geral de tais modelos é que, embora aumentos de renda possam ser associados à piora das condições ambientais em sociedades muito pobres, melhoras nas condições ambientais gerais parecem beneficiar-se do crescimento econômico, pelo menos a partir de um nível crítico de renda, em uma espécie de relação entre poluição e consumo aparentando um U invertido (Grossman e Krueger, 1995).

Como justificar tal perspectiva? De acordo com Stokey (1998), a poluição gera desutilidades de um lado, mas gera benefícios de outro, uma vez que caracteriza um insumo produtivo.

Para usos reduzidos de insumos tradicionais (capital, trabalho, tecnologia), o produto será baixo e a utilidade marginal do consumo será alta. Neste caso, o benefício da poluição adicional supera os seus custos marginais. Assim, para níveis baixos de renda (ou consumo), usa-se uma tecnologia mais produtiva, porém mais poluidora, com a poluição crescendo com a renda.

Para níveis altos de uso de insumos tradicionais, por sua vez, ocorrem duas possibilidades. Inicialmente, observemos que para altos níveis de produção e renda, a utilidade marginal do consumo deverá ser baixa. Se a utilidade marginal do consumo for elástica, a poluição e os insumos tradicionais serão substitutos, no sentido de que o aumento do uso de insumos tradicionais reduz o valor marginal da poluição. Neste caso, haverá um declínio do fluxo de poluição associado ao aumento de renda e consumo. Por outro lado, se a utilidade marginal do consumo for inelástica, conclui-se que a poluição e os insumos tradicionais são complementares e os fluxos de poluição aumentam com a renda.

Assim, a conclusão de Grossman e Krueger (1995) é consistente com a idéia de que nas sociedades mais pobres insumos tradicionais e poluição são complementares e nas sociedades mais desenvolvidas são substitutos, o que parece corroborar a conclusão geral do modelo de Aghion e Howitt (1998) de que é possível crescimento estável de longo prazo na presença de poluição ambiental.

Bibliografia

AGHION, P. e HOWITT, P. (1992). “A Model of Growth through Creative Destruction.” *Econometrica*, 60, 2, Março.

___________________ (1998). *Endogenous Growth Theory*. Cambridge, MA, MIT Press.

___________________ (2009). *The Economics of Growth*. Cambridge, MA, MIT Press.

BOVEMBERG, A. L. e SMULDERS, S. (1995). “Environmental Quality and Pollution-Augmenting Technological Change in a Two-Sector Endogenous Growth Model.” *Journal of Public Economics*, 57.

CASS, D. (1965). “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation.” *Review of Economic Studies*, 32, pp. 233-240.

FOSTER, B. A. (1973). “Optimal Capital Accumulation in a Polluted Environment”. Southern Economic Journal, Vol. 39, Nº 4 (April)

GROSSMAN, G. M e HELPMAN, E. (1991a). *Innovation and Growth in the Global Economy*. Cambridge, MA, MIT Press.

__________________________. (1991b). “Quality Ladders and Product Cycles.” *Quarterly Journal of Economics*, 106, Maio.

__________________________. (1991c). “Quality Ladders in the Theory of Growth.” *Review of Economic Studies*, 58, Janeiro.

GGROSSMAN, G. M. e KRUEGER, A. B. (1995). “Economic Growth and the Environment.” *Quarterly Journal of Economics*, 110, Maio.

JONES, C. I. (1995). “R&D-Based Models of Economic Growth.” *Journal of Political Economy*, 103, 4.

__________. (2000). *Introdução à Teoria do Crescimento Econômico*. Editora Campus, São Paulo.

KOOPMANS, T. C. (1965). “On the Concept of Optimal Economic Growth.” (In) *The Econometric Approach to Development Planning*, Amsterdam, North Holland.

LUCAS, R. E. (1988). “On the Mechanics of Economic Development.” *Journal of Monetary Economics*, 22, 1, pp. 3-42.

RAMSEY, F. (1928). “A Mathematical Theory of Saving.” *Economic Journal*, 38, pp. 543-559.

ROMER, P. M. (1987). “Growth Based on Increasing Returns Due to Specialization.” *American Economic Review*, 77, 2, Maio.

___________. (1990). “Endogenous Technological Change.” *Journal of Political Economy*, 98, 5, Outubro (Parte II).

ROSENBERG, N. e BIRDZELL, Jr., L. E. (1986). *How the West Grew Rich*. Basic Books, Inc., New York.

SALA-I-MARTIN, X. (2000). *Apuntes de Crecimiento Económico*. Antonio Bosch, Editor, Barcelona.

SCHUMPETER, J. A. (1975). “Creative Destruction" (In) *Capitalism, Socialism and Democracy* , New York: Harper , pp. 82-85.

SOLOW, R., (1956). “A Contribution to the Theory of Economic Growth.” *Quarterly Journal of Economics*, 70, pp. 65-94.

STOKEY, N. L. (1998). “Are There Limits to Growth?” *International Economic Review*, 39, 1, Fevereiro.

SWAN, T. (1956). “Economic Growth and Capital Accumulation.” *Economic Record*, 32, pp. 344-61.