REVISTA EDUCAÇÃO & ENSINO ISSN: 2594-4444
Fortaleza, v. 8, 2024

MOVIMENTO DO PENSAMENTO EM NÍVEL TEÓRICO NOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA GRANDEZA ÂNGULO

Tiago Back [1]
Josélia Euzébio da Rosa [2]

RESUMO
A superação do método tradicional de ensino ocorre por meio do ensino de conceitos científicos em nível teórico. A pesquisa guiou-se pela seguinte pergunta: como promover o movimento do pensamento, em nível teórico, durante o ensino e aprendizagem da grandeza ângulo, por meio de uma proposta de Ensino Desenvolvimental em articulação com a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) no sexto ano do Ensino Fundamental? Um experimento didático foi desenvolvido por meio de duas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA) em articulação com ações de Davídov. As duasprimeiras ações foram desenvolvidas por meio de dois jogos objetais sensoriais e contempladas pelaquinta e sexta ações de estudo, durante todo o experimento formativo, por meio de análises,intervenções e orientações. Posto isso, pela aprendizagem dos elementos que compõem o sistema conceitual, os participantes desenvolveram componentes condizentes ao pensamento em nível teórico, em razão do movimento de redução do concreto ao abstrato, de modo que desvelaram a gênese do conceito e modelaram a relação essencial por meio de abstrações e generalizações ancoradas pela necessidade de quantificação do movimento de rotação.

Palavras-chave: Situação desencadeadora de aprendizagem. Tarefa de estudo. Educação matemática. Experimento didático. Conceito teórico de ângulo.

THINKING MOVEMENT AT THEORETICAL LEVEL OF THE ANGLE CONCEPT: REDUCTION FROMCONCRETE TO ABSTRACT

ABSTRACT
Overcoming traditional teaching method occurs through the scientific concepts teachingat theoretical level. Ergo, research was guided bythe following question: how to promote thinking movement at theoretical level during teaching and learning of magnitude angle through a proposal of Developmental Teaching articulated with TeachingGuiding Activity (TGA) in the Elementary School sixth grade? Thereunto, studies were based on Developmental Teaching and on TGA. Therefore, a didactic experiment was developed through twoLearning Triggering Situations (LTS) articulated with actions by proposed Davídov. Two first actions were performed through two sensory object games and contemplated by fifth and sixth study actions, during all the formative experiment, through analyses, interventions, and guidance. Then, through learning of elements which compose the conceptual system, participants developed components consistent with theoretical-level thinking following the movement of reduction from concrete to abstract, so that they unveiled the genesis of the concept and modeled the essential relation through abstractions and generalizations based on the need for quantification of rotation movement.

Keywords: Learning triggering situation. Study task. Mathematics education. Didactic experiment. Angle theoretical concept.

---

[1] Mestre em Educação pelo Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL). Tubarão, SC, Brasil. E-mail: tiago_backm@hotmail.com Orcid: Https://Orcid.Org/0000-0003-1040-1871

[2] Professora Titular do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina(UNISUL). Tubarão, SC, Brasil. E-mail: joselia.euzebio@yahoo.com.br Orcid: Https://Orcid.Org/0000-0001-5738-8518

INTRODUÇÃO

O foco da pesquisa consiste na organização do ensino orientador do pensamento dos estudantes para a formação doconceito de ângulo em nível teórico. No processo de ensino e aprendizagem em níve teórico, o concreto real é ponto de partida e dechegada. O movimento de formação do pensamento ocorre em torno da gênese (núcleo), da essênciauniversal de cada conceito ou sistema conceitual. O elemento mediador entre o concreto ponto de partida e o concreto ponto de chegada, em torno da essência, é o abstrato. Assim, ao revelar a essênciauniversal dos conceitos e sistemas conceituais, abordados em sala de aula, libertamos o pensamento dos estudantes para escolherem onde e quando aplicá-los, a partir das suas reais necessidades (Rosa; Becker, 2021).

Na atividade de estudo, os estudantes devem se apropriar do conteúdo teórico dos conceitos, no processo de desenvolvimento de abstrações e generalizações substanciais. Contudo, para entrarem ematividade de estudo, os estudantes necessitam de tarefas de estudo, que se revelam como "[...] unidadedo objetivo da ação e das condições para alcançá-lo" (Davídov, 1988, p. 178).

No modo de organização em referência, a tarefa de estudo é desenvolvida por meio de ações. Cada uma delas é executada, pelos estudantes, por um sistema de tarefas particulares. Na tarefade estudo, o pensamento dos estudantes é orientado pelo professor em consonância com a lógica dialética no movimento do geral para o particular.

> A tarefa de estudo que o professor propõe aos escolares exige deles: 1) a análise do materialfactual a fim de descobrir nele alguma relação geral que apresente uma vinculação governadapor uma lei com as diversas manifestações deste material, ou seja, a construção da generalização e da abstração substanciais; 2) a dedução, baseada na abstração e generalização, das relações particulares do material dado e sua união (síntese) em algum objeto integral, ouseja, a construção de seu 'núcleo' e do objeto mental concreto; e 3) o domínio, neste processode análise e síntese, do procedimento geral ('modo geral') de construção do objeto estudado (Davídov, 1988, p. 182).

A tarefa de estudo mencionada acima vai de encontro ao modo de organização de ensino tradicionalmente desenvolvido no Brasil, no qual os conceitos se apresentam como conteúdo empírico, à luz dos fundamentos da lógica formal tradicional (Rosa; Becker, 2021). Nos limites do ensino empírico, ocorre apenas a resolução de tarefas particulares o que, consequentemente, desenvolve nos estudantes procedimentos particulares de solução. Somente com areprodução de várias tarefas particulares, do tipo "siga o modelo", atingirão a generalização do procedimento particular de solução.

Esse movimento de aprendizagem, de acordo com Davídov (1988), é orientado do particular para o geral. É com base nele que na disciplina de Matemática se propõe a resolução de inúmeros problemas particulares. Em superação ao movimento orientado do particular para o geral, Davídov (1988) propõe um caminho diferente para formar, nos estudantes, o procedimento generalizado de resolução de tarefas: do geral para o particular.

Esse outro orienta os sujeitos a pensarem o conhecimento a partir de um procedimento geral em razão de um particular. Neste aspecto, professores e estudantes abstraem o núcleo do conceito em estudo. Por decorrência, os estudantes convertem o núcleo do conteúdo estudado em um procedimento geral para resolver outras tarefas particulares. Consequentemente, compreendem seu conceito de uma forma ampla e indissociável de qualquer outra tarefa a ser desenvolvida de mesmo gênero.

Os componentes estruturais da atividade de estudo consistem em: necessidades, motivos, tarefas, ações e operações (tarefas particulares). Davídov (1988, p. 178) afirma que “os motivos das ações de estudo impulsionam os escolares a assimilarem os procedimentos de reprodução dos conhecimentos teóricos”. A necessidade da tarefa incentiva os sujeitos a assimilarem os conhecimentos teóricos. O autor acrescenta: “Os conhecimentos teóricos, que formam o conteúdo da atividade de estudo, também constituem a necessidade da atividade de estudo”.

Os motivos para a assimilação (apropriação) dos processos de aprendizagem destes conhecimentos surgem por meio das ações de estudo, que têm como finalidade a solução das tarefas de estudo. Inicialmente, os estudantes não conseguem desenvolver de maneira independente as tarefas propostas. Assim, o papel do professor se torna primordial no sentido de ajudá-los (orientá-los) gradualmente até desenvolverem a autonomia intelectual.

As ações da atividade de estudo, segundo Davídov (1988), são: 1) revelação dos dados que compõem a relação essencial do sistema conceitual cuja referência inicial é o estudo com as grandezas; 2) modelação que explicita a relação entre os elementos componentes da essência do sistema conceitual nas formas objetal, gráfica e literal; 3) transformação do referido modelo para o estudo de suas propriedades; 4) elaboração de um sistema de tarefas particulares de modo que as respectivas resoluções ocorram pelo procedimento geral revelado na primeira ação, modelado na segunda e transformado na terceira. Acrescem-se a essas quatro ações de estudo: controle e avaliação.

Na primeira ação de estudo, o estudante tem como ponto de partida o concreto real por meio da atividade prática-sensorial. Desse modo, inicia-se o movimento de redução do concreto ao abstrato, que mediado por abstrações, encaminha o pensamento dos estudantes para a segunda ação deestudo. Esta tem como objetivo desenvolver o modelo do procedimento geral na sua forma universal,na forma algébrica, que caracteriza o ápice do movimento de redução concreto.

Em nossa pesquisa, para conseguirmos desenvolver a primeira e segunda ação de estudo com os discentes, incorporamos os fundamentos teóricos do pesquisador brasileiro Manoel Oriosvaldo de Moura, que elaborou a AOE (Atividade Orientadora de Ensino). Trata-se de uma proposta teórico-metodológica, mediadora entre a atividade de ensino do professor e a atividade de aprendizagem (estudo) dos estudantes. Para Moura(1997, p. 32), a AOE possui "uma necessidade (apropriação cultural), um motivo real (apropriação doconhecimento historicamente acumulado), objetivos (ensinar e aprender) e propõem ações que considerem as condições objetivas da instituição escolar" (Moura *et al*., 2010, p. 217).

No contexto da AOE, os autores propõem que o ensino seja organizado por meio de Situações Desencadeadoras de Aprendizagens. São elas que conduzem o movimento conceitual a serapropriado pelo estudante, por meio de uma proposta organizada pelo professor com base nos seus objetivos de ensino. Em sua estrutura contém a síntese histórica do conceito a ser abordado, os recursos didáticos, a análise e síntese coletiva durante o seu desenvolvimento (Moura *et al*., 2016).

O professor, ao ter por base o conteúdo aser desenvolvido e conhecer as possibilidades de aprendizagem dos estudantes, está munido de informações a fim de colocar o pensamento da criança em movimento. Para tanto, parte de problemassignificativos, os quais denominamos de Problemas Desencadeadores de Aprendizagem. Esses problemas, incorporados às Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, são desenvolvidos com os estudantes de modo coletivo, por meio de três modalidades: situações emergentes do cotidiano, histórias virtuais e jogos.

Diante da lacuna apontada e as possibilidades que abarcam os referidos referenciais teóricos, optamos pelo conceito de ângulo para pensar os processos de ensino e aprendizagem e o incorporamos ao problema de pesquisa: como promover o movimento do pensamento, em nível teórico, durante o ensino e aprendizagem da grandeza ângulo, por meio de uma proposta de Ensino Desenvolvimental em articulação com a AOE no sexto ano do Ensino Fundamental?

A fim de buscar respostas ao problema de pesquisa, propusemo-nos o seguinte objetivo: investigar um modo de organização de ensino em razão do movimento de redução do concreto ao abstrato referente ao conceito científico de ângulo em nível teórico.

MÉTODOLOGIA: DA ESCOLHA À PROPOSTA DE PESQUISA

As tarefas de estudo, quando planejadas e desenvolvidas à luz dos fundamentos e desdobramentos da Teoria Histórico-Cultural, conduzem professores e estudantes ao pensamento teórico. Por meio do movimento lógico-histórico, são revelados a origem e o desenvolvimento dos conhecimentos mediante os procedimentos de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Para orientarmos o pensamento dos estudantes nesse movimento, fez-se necessário o conhecimento dos nexos conceituais, das abstrações e generalizações das relações nucleares que interconectam os conceitos e engendram os sistemas conceituais.

Para planejarmos o ensino de algum conceito e seu respectivo sistema conceitual, é fundamental o estudo de sua história, das necessidades humanas que lhe deram origem e provocaramseu desenvolvimento por meio de sucessivas abstrações e generalizações até atingir o estágio atual dedesenvolvimento.

O estudo da história de um determinado conhecimento (movimento de origem, sucessivas abstrações e generalizações até atingir o estágio de conceito e suas ramificações no sistema conceitual) nos possibilita conhecer os seus nexos conceituais em seu estágio mais atual de desenvolvimento, portanto, sua gênese. Ao organizar o processo de ensino, que inclui o desenvolvimento das ações deestudo pelos estudantes, o professor sistematiza uma sequência de tarefas que reproduzem, em síntese,o processo histórico de desenvolvimento do conhecimento, livre de suas casualidades e zigue-zagues (Davýdov, 1982). A síntese da história dos conhecimentos assim abstraída é denominada de movimento lógico-histórico.

A constituição histórica do conceito de ângulo, por exemplo, se deu pela necessidade de medição do tempo devido à pecuária e à agricultura. Esse contexto histórico, se analisado com profundidade, nos leva à sua gênese (núcleo): necessidade de determinar o movimento, localização edireção dos corpos celestes (Fraga, 2016).

Tal necessidade dá origem à unidade de medida do ângulo (grau), que auxilia na quantificação no movimento rotação para que a humanidade possa localizar-se no universo. Os babilônios, ao observarem a trajetória circular do sol, na eclíptica, dividiram a circunferência em 360partes (graus).

Fraga (2016, p. 60) propõe uma definição: "Ângulo é a quantidade de inclinação, manifestada de maneira estática (inclinação) ou dinâmica (rotação), e sua representação é dada por um par de semirretas com mesma origem."

O referido autor admite que a grandeza ângulo seja composta por dois movimentos: a inclinação e a rotação. Adota a rotação como quantidade de inclinação entre a direção inicial e a direção final. Faz essa associação por meio do centro de rotação (ponto) e as posições iniciais e finais por meio dos vértices. Com base na elaboração apresentada por Fraga (2016), Rosa e Becker (2021) apresentarama seguinte síntese:

> [...] entendemos que ângulo foi desenvolvido historicamente pela humanidade a partir da necessidade de medir o movimento de rotação em torno um ponto fixo, atualmente representado pelo vértice e delimitado por duas semirretas que partem desse mesmo ponto. Uma semirreta indica o início; e a outra, o término do movimento (Rosa; BeckeR, 2021, p. 492).

O movimento lógico-histórico do conceito de ângulo, apresentado por Fraga (2016), subsidiou a elaboração do sistema de tarefas particulares da tarefa de estudo com base dos seguintesnexos conceituais:

- movimento dinâmico-causal: rotação;
- interconexão de ponto entre duas semirretas;
- quantificação do movimento de rotação;
- sentido horário e anti-horário.

Esses foram os elementos do sistema conceitual que tomamos como apoio para planejar as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem da tarefa de estudo e orientar seu processo de desenvolvimento pelos estudantes.

Nesse contexto de pesquisa, adotamos como método o Materialismo Histórico-Dialético Este reflete uma técnica particular de investigação. Diante dessa perspectiva, nossa pesquisa consistiu-se na investigação das possibilidades de formação do conceito da grandeza ângulo no sexto ano do Ensino Fundamental.

Para investigar tais processos, realizamos um experimento didático em caráter investigativo, o qual pressupõe a intervenção ativa do pesquisador nos processos educacionais que ele estuda. Para tanto, consideração a essência das relações internas entre os diferentes procedimentos da educação e do ensino e o correspondente caráter de desenvolvimento psíquico do sujeito. (Davídov, 1988).

Com base nos pressupostos davidovianos, aprofundamos o nosso experimento didático de forma que se caracterize como um experimento didático desenvolvimental. Essa metodologia de pesquisa, em sua essência, se difere do experimento didático apenas por constatação, que evidencia somente o estado formado e presente nos estudantes. De modo geral, pressupõe a projeção e modelação da relação essencial dos conhecimentos no processo de apropriação conceitual, bem comona investigação em contexto da aprendizagem. Podemos dizer, pois, que é uma “metodologia de educação e ensino experimentais que impulsionam o desenvolvimento” (Davídov, 1988, p. 196).

O experimento didático foi composto por uma Tarefa de Estudo desenvolvida por meio de duas SDA desenvolvidas de acordo com os pressupostos da estruturação da Atividade de Estudo de Davídov, conforme quadro a seguir:

Quadro 1 - Organização da tarefa de estudo

TAREFA DE ESTUDO: Introdução do movimento de rotação como elemento essencial para a formação do conceito teórico-científico de ângulo.		
	SISTEMA DE TAREFAS PARTICULARES	
	Tarefa 1	**Tarefa 2**
SDA	Jogo “Entrando pelo cano”	Jogo “Tic-Tac”
Ação de estudo	1ª ação: Revelação dos dados que compõem a relação geneticamente inicial do procedimentogeral da quantidade do movimento rotação.	2ª ação: Modelação da relação essencial nas formas objetal,gráfica e literal.
	5ª e 6ª ações – Controle e avaliação.	

Fonte: Elaboração dos autores, 2022.

O mesmo foi realizado em uma escola pública na cidade de Tubarão/SC, com 6 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental do turno vespertino. A metodologia utilizada para coleta de dadosocorreu por meio da observação e participação direta do fenômeno investigado (processos de ensino e aprendizagem), com suporte de câmeras, diário de bordo e produções escritas dos estudantes.

A pesquisa seguiu todos os aspectos éticos, tendo parecer como aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade do Sul de Santa Catarina com pesquisa registrada com número CAAE 58091022.8.0000.5369, Parecer nº 5.401.43, em consonância coma Resolução nº 466/12 e/ou nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde.

A metodologia utilizada para coleta de dados ocorreu por meio da observação e participação direta do fenômeno investigado (processos de ensino e aprendizagem). Os dados foramcapturados por meio de câmeras posicionadas em locais estratégicos para gravação de vídeo, aparelhos celulares para captação das falas dos estudantes, assim como as produções escritas dos estudantes. Astarefas foram desenvolvidas com os participantes ao longo de 8 aulas de 45 minutos cada, distribuídasem 4 aulas por semana, no período compreendido entre os meses de maio e junho de 2022.

EXPERIMENTO DIDÁTICO: PLANEJAMENTO, DESENVOLVIMENTO E MANIFESTAÇÕES

Durante o processo de investigação, organizamos a análise do experimento didático por meiodo método desenvolvido por Caraça (1989), qual seja: a adoção de isolados, compostos por episódiosque explicitam ideia centrais do objeto de pesquisa. Cada episódio é formado por cenas, queconsideramos manifestações do pensamento em nível teórico por parte dos estudantes em relação aoreferido conceito estudado.

Os isolados constituídos para análise são: movimento do pensamento de redução do concreto ao abstrato e movimento do pensamento de ascensão do abstrato ao concreto. Tais movimentos foramconsiderados essenciais para a análise da tarefa de estudo. Os episódios e cenas que compõem esses isolados foram organizados conforme o quadro 2.

Quadro 2 - Organização da análise da pesquisa

TAREFA DE ESTUDO: A INTRODUÇÃO DO MOVIMENTO DE ROTAÇÃO: FORMAÇÃO DA COMPREENSÃO DO CONCEITO TEÓRICO-CIENTÍFICO DE ÂNGULO		
ISOLADO	EPISÓDIOS	CENAS – ELEMENTOS PRINCIPAIS
ISOLADO	**Episódio 1** 1ª ação de estudo Desenvolvimento do jogo“Entrando pelo cano”	Linha reta
		Ponto
		Segmento de reta

Movimento do pensamento de reduçãodo concreto ao abstrato		Representação gráfica e objetal
	Episódio 2 2ª ação de estudo Jogo "Tic-Tac"	Modelação gráfica
		Modelação objetal
		Modelação literal

Fonte: Elaboração do autor, 2022.

A precaução foi para que todo o experimento se efetivasse com base na lógica dialética, no qual inexistisse um processo linear no seu desenvolvimento. Por isso, todos os dados coletados e organizados para análise foram pautados por esse entendimento teórico para que pudéssemos adentrarnas manifestações dos participantes, com a finalidade de respondermos à problemática proposta pelapesquisa. O processo de ensino e aprendizagem ocorreu por idas e vindas durante o seu desenvolvimento. Todos episódios e cenas estão interconectados assim, entendemos que respeitam omovimento do pensamento proposto por Davídov (1988).

O isolado consiste no movimento do pensamento de redução do concreto ao abstrato. Ele possui dois episódios: o primeiro revela o início do movimento do pensamento em nível teórico, do conceito de ângulo por meio de uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem, que propiciou as condições para a revelação dos dados que compõem a relação geneticamente inicial do procedimentogeral da quantidade do movimento de rotação. Esse episódio ocorre por meio de cenas que possuem verbalizações, expressões corporais e registros dos participantes do jogo "Entrando Pelo Cano".

No segundo episódio, findamos o movimento do pensamento referente ao primeiro isolado, com a revelação da gênese do conceito de ângulo. Nesse episódio, os alunos realizam novas abstrações e generalizações por meio de outra Situação Desencadeadora de Aprendizagem que proporcionaram a explicitação do movimento de pensamento de redução do abstrato ao concreto, inerentes ao episódio 1. O mesmo ocorreu por meio de cenas que contêm verbalizações e registros dosparticipantes durante o Jogo "Tic-Tac".

A partir dessa organização, daremos início ao estudo do episódio 1, que segue na sequência.

Episódio 1: 1ª ação de estudo - desenvolvimento do jogo "Entrando pelo cano"

A revelação dos dados que compõem a relação geneticamente inicial do procedimento geral daquantidade do movimento de rotação reflete a objetivação da primeira ação da tarefa de estudo. Consiste na transformação dos seus dados, condição para o início do movimento do pensamento queconsiste no procedimento de redução do concreto ao abstrato. Inicialmente, as ações mentais ocorremem forma objetal-sensorial.

Na primeira ação de estudo, Davídov (1988) orienta que seja revelada a essência abstrata da Matemática para que os estudantes possam iniciar suas abstrações em níveis teóricos e dar seguimentonas próximas ações.

Com base nesses pressupostos teóricos, elaboramos um jogo chamado "Entrando pelo Cano"(Figura 1), a fim de revelar os elementos que compõem o conceito de ângulo, como: linha reta, ponto,segmento de reta, semirreta, movimento de rotação (horário e anti-horário), como também oselementos que compõem a relação geneticamente inicial do procedimento geral de medição da grandeza ângulo: volta completa e partes de uma volta.

O jogo foi desenvolvido em sala de aula ao longo de 90 minutos (2 horas-aula). Para a realização do jogo, foram necessários: 1 bolinha de frescobol, 1 cano de PVC 150mm de diâmetro e 1m de comprimento, 1 quadro branco, 1 pincel para quadro branco, 1 apagador de quadro branco e 12 caixas de papelão de 60 x 60 x 60 de cor vermelha.

Figura 1 - Foto do jogo "Entrando pelo cano"

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Os estudantes, integrantes da pesquisa, deveriam descobrir onde estavam escondidas as placasde pontuação (1 ponto, 2 pontos e 3 pontos) que foram espalhadas uma a uma, rodada por rodada, embaixo das caixas de papelão. A cada rodada, um participante saía da sala e a turma observava onde o orientador escondia a placa, e, por meio de um desenho indicativo no quadro branco, orientavam o participante que havia saído da sala a encontrar a placa escondida. Ele, ao entrar na sala, observava odesenho, movimentava o cano de PVC e lançava uma bolinha para que atingisse a caixa com a placa de pontuação escondida. Os estudantes alternaram entre a realização do desenho e o lançamento da bolinha.

Foi estabelecido que os participantes precisavam atingir 30 pontos até ao final da brincadeira.Nesse caso, a pontuação foi inserida como uma necessidade para alcançar o objetivo pedagógico do jogo, que era revelar os elementos que compõem o sistema conceitual de ângulo, a fim de avançar paraa próxima etapa.

Antes de iniciar o jogo, o orientador propiciou algumas reflexões, com os estudantes, as quaisfazem parte da cena 1 desse episódio.

Cena 1 – Início do jogo e a utilização do elemento linha reta

Orientador: Como podemos representar a tubulação de PVC com um desenho no quadro?

A3: A gente pode desenhar um bastão!

A4: Uma flecha!

A2: É, uma flecha apontando para onde está a placa. Orientador: Como vocês descreveriam essa flecha pra mim? [sic]

Os estudantes tentam representar por meio de gestos.

Orientador: Me descrevam, de forma falada. Como é essa flecha? [sic]

A4: Ela tem uma linha grande e duas linhas menores na ponta.

A1: Na ponta, essas linhas encostam uma na outra.

Orientador: Existe uma maneira mais simples de representar essa flecha?

A5: Não sei, uma flecha já é simples.

A1: A gente pode fazer com uma linha só? A3: Acho que não pode, pode, professor? Orientador: Pode sim.

Com isso, o orientador vai até o quadro e desenha uma linha curva.

Orientador: Essa linha pode representar o cano?

A6: Não, está torta!

A2: Não, o cano é reto e essa linha está torta.Todos concordam.

Orientador: Como podemos descrever essa linha que vocês querem fazer?

A3: Reta.

A4: Uma linha reta!

Orientador: Então, agora que temos um desenho simples que representa o cano, vamos começar a jogo.

De início, foi solicitado que o desenho não possuísse nenhuma instrução escrita ou indicativa,nem desenho de indicação do posicionamento das caixas. Em vez disso, apenas o desenho de uma linha reta (representando o cano), que indicasse a posição do cano para a movimentação, conforme figura 2.

Figura 2 - Representação abstrata e representação objetal

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Durante o desenvolvimento das 5 primeiras rodadas, nenhum estudante conseguiu acertar a bolinha no alvo correto. Na sexta rodada, o participante A3 posicionou o cano na posição correta, porém jogou a bolinha pelo lado contrário. Os erros dos participantes levaram a novas reflexões e avanço, que veremos a seguir na cena 2.

Cena 2 – Utilização do elemento ponto

Orientador: Vocês perceberam que quase acertaram desta vez?

A4: Sim, se o A2 tivesse jogado pelo lado contrário, a gente tinha acertado. Orientador: Isso! Então o que a gente pode *fazer no desenho para resolver isso?*

A4: A gente pode desenhar uma flecha na ponta?

A3: A gente pode desenhar uma flecha onde a bolinha vai sair e desenhar uma bolinha onde ela vai entrar.

A2: A gente pode fazer a linha e botar na ponta um "E" de entrada e um "S" de saída.

A4: É, a gente pode fazer isso também.

Todos concordam

Orientador: Legal, agora a nossa linha reta tem lugar de entrada e de saída. Como podemos chamar esse lugar de entradae saída?

A4: Não dá pra deixar só de lugar de entrada e saída? [sic]

O orientador, percebendo que os alunos tiveram dificuldade no desenvolvimento do pensamento, continuou:

Orientador: Um ônibus quando sai de uma parada e se desloca até outra parada de ônibus, é o local de saída e chegada,né? [sic]

Todos concordam.

Orientador: A bolinha faz a mesma coisa, tem um lugar que ela sai e outro que ela chega.Todos concordam.

Orientador: Como podemos chamar o local em que embarcamos e desembarcamos do ônibus?A1: Ponto de ônibus!

A3: Minha mãe chama de parada de ônibus!A2: Eu chamo de ponto de ônibus.

A4: Eu também.

Orientador: Com isso, podemos chamar como o local de entrada e saída da bolinha no cano?A3: Ponto de entrada da bolinha e ponto de saída da bolinha.

A4: É, pode ser. Um ponto de entrada e um ponto de saída.

Orientador: Certo, e se colocarmos só o ponto de entrada no desenho, a gente saberia localizar o ponto de parada dabolinha?

A5: Sim. Se um lado é entrada, o outro é saída.Todos concordam.

Orientador: Mas em um ônibus, se tivermos só o ponto de partida e não tivermos o de chegada?A3: O ônibus vai andar até acabar a gasolina.

A2: Vai andar sem destino.

A1: Ele vai andar pra sempre (risos). [sic]

Orientador: E se fosse um foguete? Se soubesse que o local de saída é da Terra, mas não soubesse onde quisesse chegar?

A4: Ele ia andar pra sempre pelo Universo. [sic]

A3: Ia fazer igual o boneco do Buzz Lightyear, professor: ao infinito e além (risos). Orientador: Então, se não *colocarmos um ponto de saída para a bolinha, significa o quê?*

A3: Que ela não vai sair.

A2: Não! Que a bolinha não vai parar de rolar.

Orientador: Interessante, A2! Mas ela para, né? E para onde? [sic]

A5: Quando a gente consegue acertar a caixa, ela para na caixa.

Orientador: Como podemos fazer pra representar isso em um desenho para ajudar o colega a descobrir em qual caixaestão as placas? [sic]

A4: Colocar dois pontos e uma reta.

A3: É, colocar um ponto e colocar um "E" de entrada e colocar outro ponto e colocar um "S" de saída.

Orientador: Todos concordam? Alguém tem mais alguma ideia?

Todos concordam e o jogo continua.

Orientador: Alguém pode representar isso no quadro?

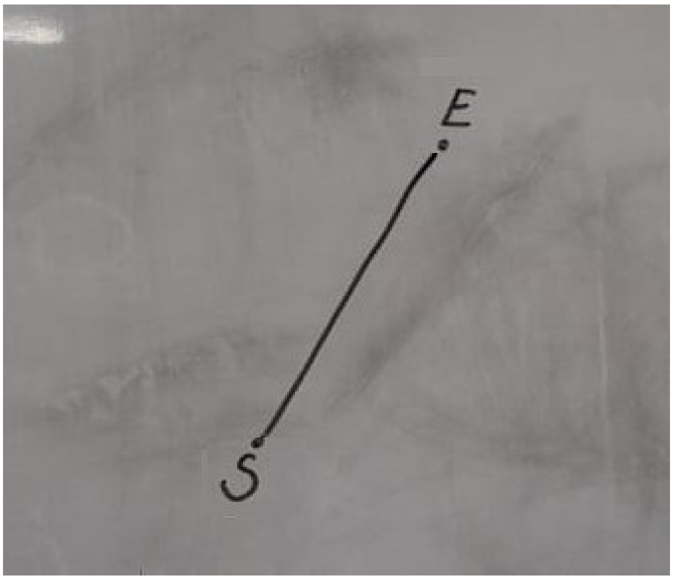
A4: Eu!

A1: Eu! Eu!

Após a representação do desenho do participante A1 no quadro (conforme figura 3), seguimoso jogo com a adoção do desenho como regra de continuação. O orientador salientou que o nome do desenho é segmento de reta.

Figura 3 - Desenho de segmento de reta, no quadro branco, relativo ao jogo "Entrando pelo cano"

Fonte: Acervo nosso, 2022.



Cena 3 - Definição de segmento de reta pelos participantes

Orientador: Olhando pro desenho do A1, como vocês podem descrever um segmento de reta? [sic]
A2: É uma reta que tem entrada e saída.
A4: É uma reta que fica dentro de dois pontos.

Mesmo sem uma definição formal de segmento de reta, o orientador constatou que os participantes conseguiram identificar os elementos que compõem um segmento de reta e que esse conhecimento se constituía condição suficiente para prosseguir o jogo.

Cena 4 - Representação gráfica e objetal

Novamente, os estudantes não conseguiam acertar a bolinha no alvo por meio da representação do novo desenho. Foram feitas mais 5 tentativas. O orientador sugeriu uma nova mudança:

Orientador: E se a gente tirar o meio do cano do centro do círculo e colocar a ponta dele e, depois, movimentar o cano? Ouseja, movimentar o cano pela ponta e não pelo meio?
A3: Vai ficar igual ao ponteiro de um relógio. Acho que fica mais fácil.
A2: Mas como a gente vai saber se quando o relógio tiver assim e assim (aluno gesticula um traço na vertical e outro nahorizontal)?
A1: É, a gente só vai saber esses 4, e se for em lugar diferente?
A5: É só fazer mais tortinho!
A2: Mas vai ficar igual a antes!
Orientador: Se eu deixar vocês fazerem mais de uma linha reta, pode ajudar?
A1: Vai ficar parecido com o desenho de um relógio.
A3: O cano vai começar sempre no mesmo lugar?Orientador: Sim.
A3: Acho que ajuda então.
A2: Pois é, uma linha vai ficar sempre retinha e a outra a gente pode fazer mais pra cima ou mais pra baixo. [sic]
Orientador: Vai ser preciso escrever o S de saída e o E de entrada da bolinha?
A3: Não, porque a entrada sempre vai ser pelo centro.
Orientador: A2, você pode desenhar um exemplo disso que você está falando?A2: Sim.

Figura 4 - Representação gráfica e objetal

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Os participantes adotaram esse método de desenho para indicar o movimento do cano e deramseguimento ao jogo (Figura 4). Com base nos objetivos, e pelo tempo disponibilizado pela instituiçãode ensino, o orientador dobrou o valor das pontuações: cada acerto teria uma pontuação de mínima de4 pontos e máxima de 6 pontos. Os estudantes realizaram mais 8 rodadas, das quais erraram apenas 3.Quando a pontuação de 30 pontos foi atingida, o professor iniciou algumas reflexões com os estudantes.

Cena 5 - Reflexões finais do jogo

Orientador: Por que vocês erraram algumas jogadas nessa última rodada?

A3: Ah, porque o desenho não apontava bem certinho onde devia ir a bolinha.

A2: É, às vezes, ficava um pouco mais pra cima, um pouco pra baixo, daí na hora de mexer no cano, às vezes, a genteconfundia com a caixa do lado e errava! [sic]

Orientador: Se vocês pudessem desenhar algo a mais pra facilitar, o que vocês fariam? [sic]

A4: A gente podia desenhar as caixas!

A2: É, daí a volta ficava dividida certinha entre as caixas e não tinha como errar.

A6: Igual um relógio. [sic]

Orientador: Certo. Outra pergunta: qual o movimento que o cano fazia no círculo?

A1: A gente girava o cano.

A3: Ele fazia a volta e parava.

A5: Ele girava.

Orientador: Qual outro nome a gente pode dar pro movimento de giro? [sic]

A6: Movimento de rotação.

A5: É o mesmo movimento da Terra. Ela gira!

Orientador: O último desenho feito por A2 representa o quê?

A4: O quanto a gente precisava girar.

Orientador: E o que cada parte do desenho significa?

A4: Uma reta significa o cano no começo e a outra significa o cano no final, depois que gira.Orientador: Outra pergunta: por que a gente desenhava no quadro?

A1: Pra gente achar onde tava a plaquinha. [sic]

A4: A gente desenhava pra girar o cano e chegar na caixa onde tava a plaquinha. [sic]

A3: Igual um mapa de caça o tesouro (risos). [sic]

Orientador: Onde, hoje em dia, a gente usa mapa?

A2: Não, a gente usa o GPS.

A5: É, tem no celular, é bem mais fácil. Orientador: E pra que serve o mapa ou o GPS?

A2: Pra gente se achar nos lugares. [sic]

A1: Pra gente ir pra algum lugar que a gente não conhece. [sic]

A5: É, até no WhattsApp. Tem a opção localização e tu manda pras pessoas. [sic]

A2: Se o jogo tivesse a localização da plaquinha, ia ser bem mais fácil. Era só ficar em cima da caixa e mandar prooutro (risos). [sic]

Orientador: Falando do giro, ainda, o cano girava pra um sentido só? [sic]

A3: Não, girava pros dois lados. [sic]

A6: Girava pro lado de cá e pro lado de lá. (gesticulando pro lado direito e pro lado esquerdo) [sic]Orientador: Tá, e qual o nome desses lados? [sic]

A4: Pra direita e pra esquerda. [sic]

Orientador: Só existem esses nomes para o sentido do movimento do cano?

A3: Não, pode ser horário e anti-horário. Igual o relógio. [sic]

Com essas reflexões finais, terminamos o jogo. Foram preparadas algumas perguntas para serem desenvolvidas com os participantes para que tentassem definir o conceito de ângulo, porém, devido ao término do tempo, não foi possível. Mesmo sem esse registro, constatamos que a aprendizagem adquirida e socializada pelos estudantes até aquele presente momento seria o suficientepara seguir com o experimento.

Episódio 2 - Modelação da relação essencial nas formas objetal, gráfica e literal – jogo "Tic-Tac"

A necessidade de medir oriunda da revelação da gênese do conceito de ângulo reflete a objetivação da segunda ação da tarefa de estudo, que consiste na modelação da relação essencial nasformas objetal, gráfica e literal. Os elementos revelados na primeira ação foram modelados na segunda, o que consumou o movimento de redução do concreto ao abstrato. No episódio 2, os modelos gráficose literais fixaram a relação universal do conceito de ângulo que consideramos como sendo em nível teórico.

> A segunda ação de estudo consiste na modelação na forma objetal, gráfica e literal da relação universal. É importante notar que os modelos de estudo são o elo internamente imprescindível no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos e procedimentos generalizados de ação. Além disso, nem toda representação pode ser chamada de modelo de estudo, mas apenas a que fixa, precisamente, a relação universal de determinado objeto integral e garante uma análise posterior (Davídov, 1988, p. 182).

Com base nesses pressupostos teóricos, o jogo "Tic-Tac" foi elaborado com a intenção de modelar graficamente os dados que compõem a relação essencial para que seja desenvolvida a necessidade da utilização do arco. Com isso, demos início ao procedimento geral da gênese do conceito de ângulo por meio da modelação literal.

> No modelo de estudo se representa a relação essencial, encontrada e abstraída no processo de transformação dos dados da tarefa, o conteúdo deste modelo fixa as características internas do objeto, não observáveis de maneira direta. O modelo de estudo, como produto da análise mental, pode ser depois um meio especial da atividade mental do homem (Davídov, 1988,p. 183).

O jogo foi desenvolvido em sala de aula (conforme figura 5), e os registros do seu desenvolvimento e das sínteses dos alunos foram feitos em folhas de caderno, bem como por meio deanotações no quadro branco. Para a sua realização foram necessários: quadro branco, pincel para quadro branco, caderno, lápis, relógio grande de parede sem ponteiros e números.

Por meio de um relógio (sem números e sem tampa acrílica de proteção) anexado no quadro branco, os participantes reproduziram em desenho o movimento de um ponteiro (entre dois) do relógio. Enquanto a turma acompanhava o movimento do ponteiro feito pelo orientador, um participante saía da sala e voltava, posteriormente, para reproduzi-lo.

Após a análise do movimento, os participantes que estavam em sala reproduziam um desenho indicador do movimento do ponteiro feito pelo orientador. Com a conclusão do desenho, o orientador marcava com uma fita atrás do relógio e retornava o ponteiro ao seu ponto original. A proposta era que o estudante, que estivesse fora da sala, analisasse o desenho elaborado pelos outrosparticipantes e reproduzisse o movimento do ponteiro, assim como a sua posição final exata.

Combinamos que os participantes precisavam atingir 10 pontos até o final da brincadeira. Nesse caso, a pontuação foi inserida como uma condição para que pudessem alcançar o objetivo pedagógico do jogo: quantificar o movimento de rotação por meio de um modelo universal (Figura 5).

Figura 5 - Foto do jogo "Tic-Tac"

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Cena 1 – Modelação gráfica

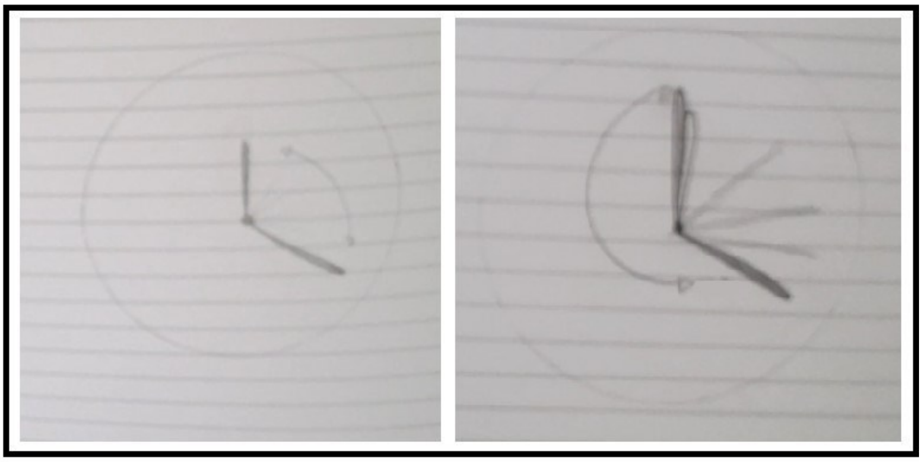
Os desenhos foram desenvolvidos pelos estudantes com o suporte de um copo plástico para realizar o círculo, a fim de representar o relógio. Além disso, utilizaram alguns dos elementos que compõem a relação essencial inicial do conceito de ângulo: duas semirretas com um ponto em comum. Logo na primeira rodada, um novo elemento apareceu como necessidade para expressar o sentido domovimento: o arco (Figura 6).

Figura 6 - Foto do jogo "Tic-Tac"

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Na primeira rodada, houve divergência de ideias e os estudantes formaram dois grupos diferentes para realizarem dois desenhos diferentes. O orientador autorizou para que ambos pudessemexplicar seus pontos de vistas em relação ao desenho (Figura 7).

Figura 7 - Desenho A1 e A6 (esquerda) e A3, A4 e A5 (direita)



Fonte: Acervo nosso, 2022.

Orientador: Agora, quero que ambos me expliquem o porquê do desenho de vocês ser dessa forma.

A4: Então, essa linha aqui (arco esquerdo) com as flechas é pra dizer que foi mexido para o outro lado, onde tem vários riscos fininhos que querem dizer que é o movimento da seta pro sentido horário. [sic]

A1 – O nosso, essa linha aqui (arco direito), quer dizer que o movimento foi feito ali dentro, no sentido horário.

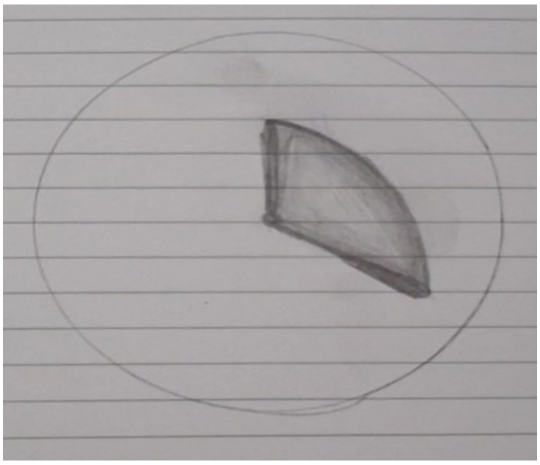
Orientador: Como vocês podem juntar as suas ideias pra que o colega entenda o movimento da seta? [sic]

A4 – A gente pode pegar o desenho do A1 e do A6 e fazer uma sombra, daí fica bem marcado pra onde foi o movimento. [sic]

A6: É, daí fica bem claro que foi no sentido horário (Figura 8).

REVISTA EDUCAÇÃO & ENSINO ISSN: 2594-4444
Fortaleza, v. 8, 2024

Figura 8 - Desenho coletivo



Fonte: Acervo nosso, 2022.

Cena 2 – Modelação objetal

Após a modelação gráfica, demos continuidade ao desenvolvimento do pensamento em nível teórico dos alunos em direção à modelação da representação objetal que se deu pela divisão docírculo em quatro partes iguais (Figura 9).

Figura 9 - Demonstração do desenho no círculo

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Orientador: O ponteiro está no local exato onde fizemos a marcação? Todos respondem que não.

A3: Está chegando bem perto, mas no lugar certinho não tá. [sic]

Orientador: O que a gente pode fazer no relógio, para que fique mais fácil acertar a posição do ponteiro?

A2: A gente pode fazer uns risquinhos no desenho igual do relógio.

A4: Fazer os risquinhos no círculo também.

Orientador: E quando a gente faz os risquinhos, estamos fazendo o que com o círculo?

A4: A gente tá repartindo em pedacinho menor. [sic]

A1: É. Daí dá pra fazer pedacinhos iguais. [sic]

Orientador: Sem precisar fazer todos os risquinhos do relógio, como vocês fariam pra começar a repartir esse círculo? [sic]

A4: Faria um risquinho aqui, aqui, aqui e aqui (apontando para onde ficam os horários de 9, 12, 3 e 6 horas).

A2: Dá pra fazer só um aqui e um aqui (apontando para 9 e 3). [sic]

A1: Dá pra fazer só aqui e aqui também (apontando para 12 e 6). [sic]

Orientador: Começamos a repartição como?

Todos entram no consenso de repartir em 4 partes.

Orientador: O processo de repartir é o mesmo que o quê?

A2: Que cortar em partes!

A6: Que dividir!

Orientador: Então, se eu repartir esse círculo em 4 partes, o que vai acontecer?

A4: Eu vou dividir em 4 partes.

Orientador: Certo, então vamos fazer isso no círculo como vocês falaram.

Com auxílio de uma régua, os alunos tentam dividir, igualmente, o círculo em 4 partes (conforme figura 10), o que caracteriza a conclusão da modelação objetal referente à segunda ação deestudo.

Figura 10 - Desenho com as subdivisões propostas no círculo no jogo "Tic-Tac"

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Cena 3 – Modelação literal

Para iniciar a modelação literal, o orientador posiciona os dois ponteiros na parte superior do círculo e rotaciona no sentido anti-horário apenas o ponteiro maior, até que conclua o movimentode meia-volta. Inicia-se uma série de reflexões com os estudantes (conforme figura 11).

Figura 11 - Movimento de meia-volta

Fonte: Acervo nosso, 2022.

Orientador: Se eu fazer esse movimento aqui, estarei fazendo que movimento? [sic]A4: Rotação.

A2: Não, é anti-horário.

Orientador: Tá, e se eu fiz esse movimento de rotação no sentido anti-horário, ele chegou a dar uma volta completa? [sic]

A3: Não.

A1: Meia-volta só.

Orientador: E se eu continuar o movimento e chegar lá no outro ponteiro?

A6: Daí vai ser uma volta inteira.

A3: É, vai dar uma volta completa.

Orientador: E nós repartirmos essa volta completa em quantas partes?

A2: Quatro pedaços.

Orientador: Se juntar esses quatro pedaços, fica igual ao quê?

A4: Uma volta completa.

Orientador: Se a gente fosse escrever isso, como ficaria?

A3: Uma volta completa tem quatro pedaços.

A4: Uma volta completa é igual a quatro pedaços.

Orientador: A4, escreve o que falasse agora. [sic]

A4 produz a frase: 1 volta completa = 4 pedaços.

Orientador: E se a gente fosse reduzir o que a A4 escreveu, usando pra cada coisa uma letra? Uma volta completa seriaque letra? [sic]

A3: Volta seria V e Pedaços seria P.

Orientador: Então como podemos escrever isso agora?

A2: V é igual a 4 P.

Orientador: A4, escreve o que A2 falou agora, por favor.

A4 produz: V= 4 P

Orientador: Existe outra forma de representar essa mesma coisa só que de outro jeito?Os alunos não conseguem desenvolver, o orientador continua...

Orientador: Se uma volta é igual a 4 partes, um pedaço é igual ao quê?

A1: Um pedaço é igual uma volta.

A4: Não, tá errado. [sic]

Orientador: O que vocês fizeram com uma volta pra transformar em pedaços? [sic]

A3: A gente repartiu.

Orientador: Existe outro nome pra trocarmos por repartição? [sic]

A3: Dividiu.

A4: É, a gente dividiu a volta em quatro partes.

A5: Então um pedaço é a mesma coisa que um pedaço da volta que foi dividida por 4.

Orientador: Então, como a gente pode representar isso?

A5: P é igual a V dividido por 4.

Orientador: Todos concordam?

Todos: Sim.

Orientador: A4 escreve o que a colega falou.

A4 escreve no quadro P = V / 4

Orientador: E o 4, como fica nessa história? O 4 é igual ao quê?

A3: O 4 é igual ao número de repartições da volta.

A5: O 4 pode ser igual uma volta que foi dividida entre pedaços daquele tamanho ali.

Orientador: Alguém sabe como podemos representar isso?

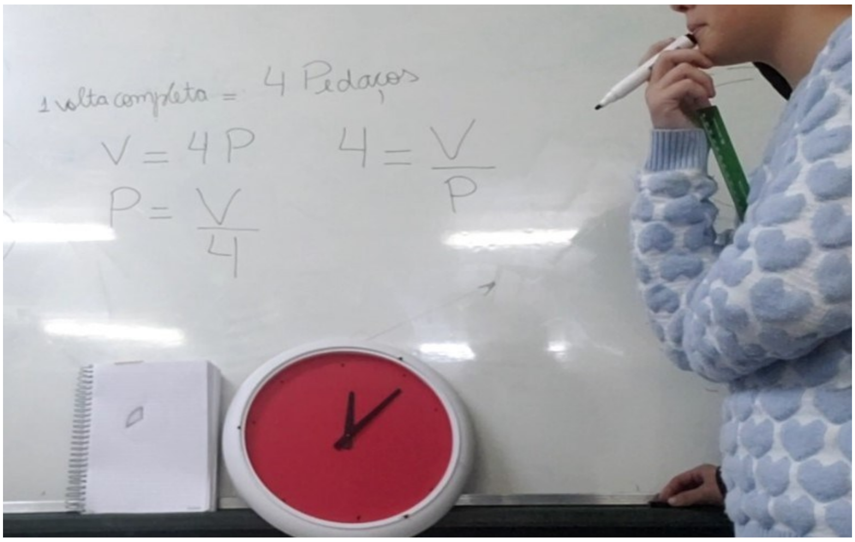
A1: 4 é igual a...

A3: 4 é igual a P... não, não, 4 é igual a V dividido por P.

Orientador: A4 escreve o que a colega falou.

A4 escreve no quadro 4 = V/P (Figura 12).

Figura 12 - Modelação literal



Fonte: Acervo nosso, 2022.

O orientador segue com as indagações:

Orientador: Bom, nós podemos dividir esse círculo só em 4 partes?

Todos: Não.

Orientador: Qual o maior número de partes possíveis que a gente pode dividir esse círculo?

A4: Em 8!

A3: 12!

A1: Em 32 partes?

Orientador: Se a gente fazer pedacinhos minúsculos? [sic]

A1: 1.000!

A3: 3.000!

Orientador: Menor ainda...A2: Um milhão!

A6: Infinito!

Orientador: Existe algum número para o infinito?

Todos: Não.

Orientador: A gente pode escrever o infinito com que letra?A maioria decide pela letra F.

Orientador: Se agora o nosso círculo pode ser dividido em infinitas partes, como ficaria a representação disso com as letras?

A4: É só trocar o 4 pelo F.

Orientador: Por quê?

A4: Porque antes o 4 era a quantidade de pedaços, agora é infinitos pedaços. [sic]

Orientador: A6, pode escrever o que a A4 acabou de falar?

A6 escreve o que A4 falou.

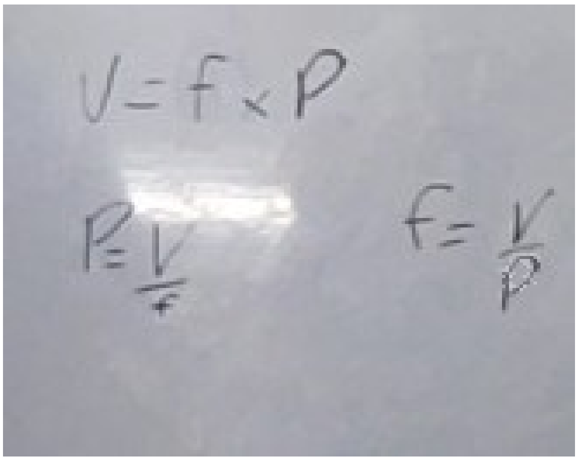
Orientador: Uma pergunta. Na primeira demonstração vocês sabem o que F está fazendo com P?

A5: Está fazendo vezes. Porque lá na primeira é 4 vezes o tamanho do pedaço.

Orientador: No caso, o vezes é o que na Matemática?

A4: Multiplicação!

Figura 13 - Modelo literal da relação universal



Fonte: Acervo nosso, 2022.

Ao realizarmos a modelação na forma literal (Figura 13), concluímos o movimento do pensamento de redução do concreto ao abstrato, bem como a segunda ação de estudo.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

No processo de análise, durante a primeira ação de estudo, foram identificados vestígios de pensamento em nível teórico quando os participantes identificaram as grandezas a serem comparadas.Constatamos isso, principalmente durante as falas transcritas na cena 5. Isso porque identificaram oselementos volta e partes de uma volta (área), e sua relação quando percebiam que seus movimentos eram maiores ou menores que o necessário. Esta ação reflete duas das três fases da construção de umagrandeza: escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparaçãopor um número (Caraça, 1989). Essas cenas compõem a relação geneticamente inicial que, por meio das relações entre igualdades e desigualdades do movimento de rotação, permitem a comparação entreas grandezas (Davýdov, 1982).

Ainda na cena 5, consideramos mais indícios de pensamento em nível teórico, uma vez que os participantes levantam a hipótese de divisibilidade de uma volta em partes menores para que possam quantificar o movimento de rotação. Afinal, essa é uma das condições conceituais para quantificar omovimento com mais exatidão, a fim de acertar a caixa com as placas de pontuação. Essa "necessidade de controlar as quantidades é o problema que gera este conhecimento primeiro, tão necessário ao convívio humano" (Moura, 1992, p. 46).

Quando foram identificados os possíveis sentidos da rotação, consideramos que esses conhecimentos se tratavam de apropriações anteriores dos estudantes. Contudo, era uma manifestação de que eles também se fizeram presentes no processo de abstração. Isso só foi possível em decorrênciado pressuposto da AOE de que, por meio do problema desencadeador e "[...] no processo de solução,o aluno deve promover rupturas: organizar o velho para descobrir o novo" (Moura, 1992, p. 49). Nesse momento, o sentido horário e anti-horário não pertencia somente ao movimento do relógio, massim ao movimento de rotação.

Outras manifestações, durante o desenvolvimento do jogo, indicaram a necessidade de localização que reflete peculiaridade histórica do desenvolvimento do conceito de ângulo e, consequentemente, o movimento de rotação.

No entanto, também houve manifestações que nos remeteram a indícios de pensamento em nível empírico, quando os estudantes fazem comparações em relação a um relógio, durante as falatranscritas na cena 4. Esse pensamento ainda traz resquícios da lógica formal tradicional que direciona a aprendizagem dos sujeitos a um movimento que parte da observação das aparências de um objeto oufenômeno para, dali, detectar as "aparências, de características de identidade, similaridade oucomponentes comuns que são designados por palavras" (Cedro; Moraes; Rosa, 2010, p. 443).

Ciente desse obstáculo, no dizer de Davídov (1988), promovemos intervenção e interaçãoque proporcionaram algumas condições para que os estudantes chegassem à elaboração da abstração de que uma semirreta remetia ao local de partida do cano e a outra ao ponto de chegada e que isso ocorria pelo movimento de rotação. Isso demonstra a importância do papel do professor na organização do ensino para que ocorra a apropriação dos conceitos, que não acontece diretamente, pois postula a interação com alguém mais experiente, mediado por instrumentos linguísticos que trazem as significações conceituais.

Angulo Vergara, Arteaga Valdes e Carmenates Barrios (2020) discorrem que os conceitos são formados progressivamente e se aprofundam à medida que novos elementos deles são identificados, de modo a estabelecer suas relações com outros conceitos de mesmo sistema conceitual.Devido à falta de tempo para o desenvolvimento de mais reflexões, os estudantes não tiveram a oportunidade de se apropriar de outras significações e elaborar sínteses referentes aos conceitos de semirreta e ângulo. Contudo, elaboraram a significação de que cada semirreta traduz o local de início efinal do movimento de rotação e a bolinha seria lançada pelo mesmo ponto.

Nossa tentativa falha na definição escrita do conceito de ângulo não impossibilitou o avanço dos estudantes para a próxima ação de estudo. Suas manifestações e sínteses em relação aos elementos que fazem parte do sistema conceitual foram desenvolvidas e interconectadas à gênese doconceito de maneira satisfatória. De certo modo, ao definirmos um conceito, acabamos por limitá-lo auma síntese que por vezes em "sua 'vaguidade' ou por sua extensão, venham a dificultar o entendimento e produzir obstáculos à aprendizagem" (Vianna; Cury, 2001, p. 34).

Vale salientar que a gênese da grandeza ângulo foi revelada durante o desenvolvimento dojogo: o movimento de rotação norteado pela necessidade de localização das placas. Assim, os estudantes, por meio das suas manifestações durante a cena 5, trazem intrinsecamente a necessidade de quantificar o movimento de rotação para que possam suprir suas necessidades diante da comparaçãodas grandezas.

Diante das manifestações dos estudantes, podemos afirmar que, após a revelação da gênese (rotação), surgiu a necessidade de delimitar o espaço, tendo como referência um ponto fixo, como também a sua delimitação, o que requer matematicamente a adoção de dois segmentos de retas orientados: um fixo, que indica o ponto de partida e ou outro que se rotaciona para determinar a regiãoangular. Por decorrência, emerge outra necessidade: medir.

Na primeira ação de estudo, os estudantes fizeram suas representações: objetais, por meio do movimento dos canos, assim como as gráficas, por meio dos desenhos no quadro. Observa-se, pois,que não se atingiram as representações literais. Porém, não compreendemos tratar-se de impedimento para que os alunos avançassem para a segunda ação de estudo, haja vista que conseguiram identificar as grandezas e como elas se relacionavam, além de sua base genética.

Os insucessos ocorridos durante o jogo, na primeira ação de estudo, foram essenciais para que os estudantes continuassem em busca da abstração máxima da gênese do conceito de ângulo manifestada pela necessidade de medição.

Logo, na segunda ação de estudo as incógnitas que não apareceram na primeira ação de estudo (relação literal), agora se apresentam em movimento de relação uma com as outras e mediadas pelo sinal de igualdade, em um contexto de representação das grandezas. Num primeiro momento, osalunos representam uma relação que poderia ter sido desenvolvida na primeira ação de estudo. Isso porque, por meio das incógnitas V (volta), P (parte de volta) e o número 4 (que representa uma primeira divisão da volta), os alunos poderiam ter representado a relação geneticamente inicial do procedimento geral pela representação literal. Podemos considerar que nesse instante os estudantes iniciam a terceira fase na construção da grandeza ângulo proposta por Caraça (1989), em que expressamo resultado da comparação da unidade por um número.

A representação literal inicial, desenvolvida somente na segunda ação de estudo, se constituiu em referência para que os estudantes fossem instigados a pensarem além dela. Com base nessa abstração do plano objetal, generalizaram que a volta poderia ser dividida em mais de 4 pedaços. As abstrações seguem em nível mais profundo quando questionados em quantas partes uma volta poderia ser dividida. Observa-se, pois, o movimento dialético do processo de pensamento conceitual.

Por meio da revelação da gênese do conceito (movimento de rotação), surge a necessidade de quantificar esse movimento, o que requer matematicamente a adoção de dois segmentos de retas orientados: um fixo, que indica o ponto de partida e outro que se rotaciona para determinar a região angular.

Com isso, iniciamos a elaboração do procedimento geral de solução do problema, quando os participantes abstraem a quantidade imensurável de partes em que pode ser dividida a volta. Essarelação da divisão das voltas em relação ao infinito permite o processo de abstração de um modelo universal da gênese do conceito manifestada na relação de medição. Isso se faz, pois "a matemática tem como objeto não apenas relações quantitativas dadas, mas todas as relações quantitativas possíveis, eentre elas o infinito" (Aleksandrov, 1976, p. 34).

Com base na divisibilidade expressa em F = V/P, a relação importante a ser verificada é a quantidade de vezes que P cabe em V. Ao número V, chamamos dividendo; ao número P, divisor; aonúmero F, quociente. De acordo com Caraça (1989, p. 22), “a divisão é, portanto, a operação pela qual, dados o dividendo e o divisor, se determina um terceiro número, quociente, que multiplicado pelo divisor dá o dividendo”. Isso ocorre porque a divisão apresenta-se como operação inversa da multiplicação que, nesse caso, é V = FP. O processo de modelação requisitou, portanto, uma trama conceitual em que entra em cena: a relação de igualdade que coloca em movimento e em unidade a interconexão entre os conceitos de multiplicação e divisão num contexto de medida. Essas interaçõesconceituais unem significações abstratas e objetais, sinais de manifestações do pensamento teórico, que vislumbram um concreto pensado.

A segunda ação de estudo representa, pois, a gênese do conceito de ângulo por meio da modelação do movimento de rotação, que ocorreu pela necessidade de medição desse movimento. “A abstração substancial, pela qual quaisquer objetos se reduzem a sua forma universal fixa a essência daqueles objetos” (Davídov, 1988, p. 147). Desse modo, possibilita o início do movimento do pensamento de ascensão do abstrato ao concreto, e possibilita a continuidade nos estudos da formaçãodos conceitos por meio do geral ao particular.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como essência uma inquietação que permeia a necessidade no avanço da qualidade na educação brasileira e a liberdade cognitiva do ser humano, libertando o pensamento alienado do povo por meio do conhecimento científico em nível teórico.

Como defendemos, a educação é construída de forma sólida por meio do desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes, colocando-os como protagonistas do seu próprio aprendizado.Deste modo, o processo de ensino e aprendizagem é apoiado na gênese de cada conceito para que osestudantes possam desenvolvê-lo onde mais lhe for conveniente na vida em sociedade.

Compreendemos que a superação do método tradicional de ensino ocorre por meio do ensino de conceitos científicos em nível teórico. Esse movimento se torna possível com o desenvolvimento do pensamento em nível teórico nos estudantes incorporado pelo movimento lógico- histórico dos conceitos.

Para responder à nossa pergunta de pesquisa, adotamos como método de investigação o desenvolvimento de um experimento didático que nos possibilitou uma análise mais precisa no desenvolvimento de um conceito específico estudado durante a Educação Básica na disciplina de Matemática: a grandeza ângulo.

Nessa perspectiva, nossa proposta de ensino do referido conceito ocorreu por meio de quatro , das seis, ações de Davídov desenvolvidas por meio de Situações Desencadeadores de Aprendizagem. A intenção foi desenvolver e analisar o pensamento dos estudantes, orientando-os por meio do pensamento em nível teórico mediante a solução de uma tarefa de estudo orientada pelo movimento do pensamento: redução do concreto ao abstrato. Para isso nos utilizamos do jogo comoinstrumento metodológico.

O modo como planejamos e desenvolvemos os jogos durante a pesquisa revelou que por meio da solução coletiva dos problemas e da intervenção do orientador, por muitas vezes, os estudantes desenvolveram elementos condizentes ao pensamento em nível teórico em razão da aprendizagem doconceito da grandeza ângulo. O movimento lógico-histórico se fez presente em todas as ações, abrangendo a necessidade humana da referida grandeza desenvolvida ao longo da história e isso refletiu significantemente na aprendizagem dos estudantes.

A falta de definição do conceito de ângulo, tanto de uma maneira verbalizada como manuscrita, não obstaculizou a aprendizagem dos estudantes. Pelo contrário, conseguiram desenvolver a tarefa de estudo proposta e atingiram a objetivação pedagógica da pesquisa. Compreendemos que isso ocorreu pela aprendizagem da gênese do conceito e pelas interconexões dos elementos que compõem o sistema conceitual de ângulo.

Em síntese, os estudantes, com base na necessidade de localização, abstraíram a gênese do conceito de ângulo: o movimento de rotação. Pela aprendizagem dos elementos que compõem o sistema conceitual, os participantes desenvolveram componentes condizentes ao pensamento em nível teórico em razão da apropriação do conceito da grandeza ângulo por meio da relação que fizeram entreesses elementos e a necessidade de quantificar o movimento.

Vale salientar que as ações de avaliação e controle foram primordiais no desenvolvimento do experimento. As intervenções possibilitaram direcionar o pensamento em nível teórico do conceitoquando as manifestações eram contrárias a esse movimento, e a partir disso pudemos avaliar os estudantes para que pudessem avançar na aprendizagem do referido conceito.

Mesmo direcionando a aprendizagem dos conceitos pelos estudantes de uma maneira autônoma, constatamos que a participação do professor é imprescindível no processo de aprendizagem. Diante disso, salientamos a necessidade de uma melhor formação dos professores em nosso país, assim como uma maior valorização profissional e maiores investimentos na área da educação.

REFERÊNCIAS

ALEKSANDROV, A. D. **Visión general de la Matemática.** La matemática: su contenido, métodos ysignificado. 1. ed. Madrid: Alianza Universidad, 1976.

ANGULO VERGARA, M. L.; ARTEAGA VALDES, E.; CARMENATES BARRIOS, O. A. La formación de conceptos matemáticos en el proceso de enseñanza- aprendizaje de la matemática. **Conrado**, Cienfuegos, v. 16, n. 74, p. 298-305, jun. 2020. Disponível em: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442020000300298&lng=es&nrm=iso. Acesso em: 16 ago. 2022.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática Ltda., 1989.

CEDRO, W. L.; MORAES, S. P. G. de; ROSA, J. E. da. A atividade de ensino e o desenvolvimento dopensamento teórico em matemática**. Ciência e Educação**, v. 16, n. 2, p. 427-445, 2010. https://doi.org/10.1590/S1516-73132010000200011

DAVÍDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico.** Moscou: Editorial Progresso, 1988.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

FRAGA, M. A. **Significação do ângulo:** indícios do conceito em atividades de localização. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016. https://doi.org/10.11606/D.48.2019.tde-18032019-155339

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema,** v. 40, n. 1, p. 29-43, 1997.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático.** São Paulo: FDE, 1992. p. 45-53. (Série Idéias, n. 10).

ROSA, J. E.; BECKER, F. Desenvolvimento de uma situação desencadeadora de aprendizagem do conceito de ângulo por meio de quatro ações de estudo davidovianas em um contexto de formação inicial de professores. **Obutchénie** - Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, v. 5, n. 2, p. 484-516,jun. 2021. https://doi.org/10.14393/OBv5n2.a2021-61411

ROSA, J. E.; ISIDORO, L. C. N. Modo de organização do Ensino Desenvolvimental: o conhecimento revelado por acadêmicas de Pedagogia. **Boletim de Educação Matemática. BOLEMA,** v. 37, p. 709-730, 2023. https://doi.org/10.1590/1980-4415v37n76a16

VIANNA, C.; CURY, H. Ângulos: uma "história" escolar. **História & Educação Matemática. Revista da Sociedade Brasileira de História da Matemática**, v. 1, n. 1, p. 23-37,jan./jun. 2001.

Recebido em: 15/07/2024
Aprovado em: 14/11/2024